PROFISSÃO POLICIAL

Estatística

Professor Rodolfo Schmit

Estatística
Professor Rodolfo Schmit

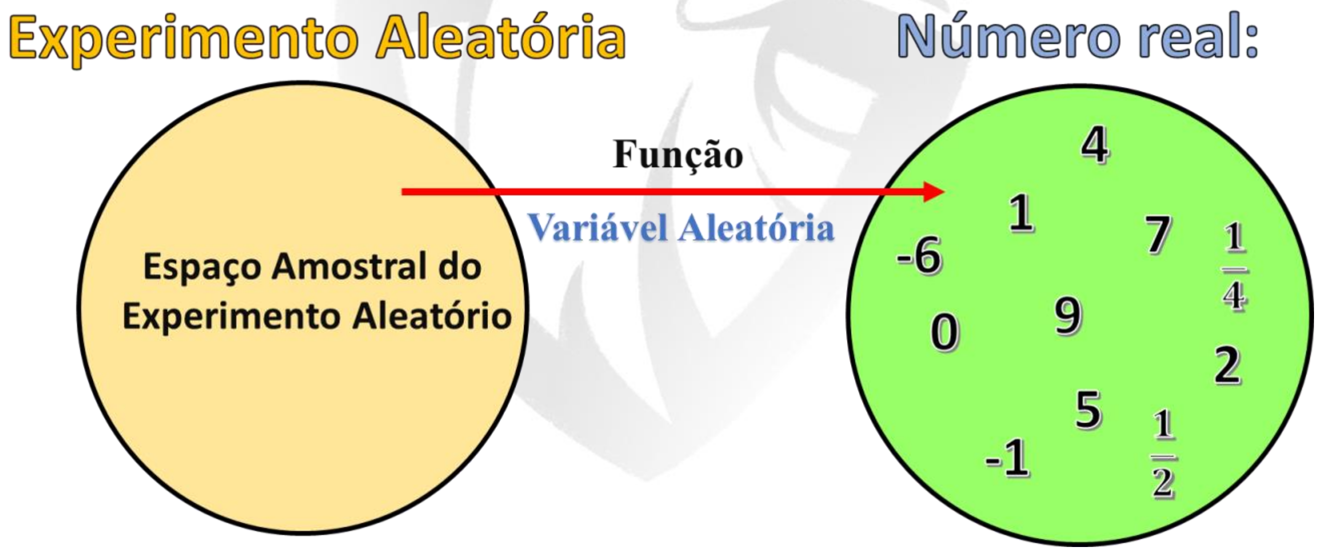
Sumário

Variáveis Aleatórias Discretas

1 INTRODUÇÃO DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS

Uma variável aleatória corresponde a qualquer fenômeno estudado pelo homem por meio de um experimento aleatório, em que cada possível resultado do experimento é associado a **um número real.** Com isso, variável aleatória é a associação de um número real com a **probabilidade desse valor ocorrer**.

Essa associação ocorre por meio de uma **função**.



Uma variável aleatória X qualquer corresponde a associação entre os valores que ela pode assumir junto a uma probabilidade respectiva. Além disso, é interessante observar a função atribui valores à variável aleatória e associa os resultados do fenômeno em dados numéricos, isto é, **tem natureza quantitativa**, pois não seria possível cálculos de probabilidade em dados categóricos.

Portanto, uma variável aleatória pode ser dos seguintes tipos:

Variáveis Aleatórias
- **Discretas**
- **Contínuas**

Conforme o tipo da variável aleatória, há muitas variações no tratamento matemático e na forma como a probabilidade é distribuída. Por essa razão, um estudo aprofundado deve ser feito para as variáveis aleatórias discretas e outro para as variáveis aleatórias contínuas.

2 DEFINIÇÃO DE VARIÁVEIS ALEATÓRIAS DISCRETAS

Função que atribui um número real a cada resultado de um experimento aleatório que assume valores de natureza quantitativa discreta. Os fenômenos estudados são provenientes de **contagens**, por isso, somente assumem valores de **inteiros**. Como exemplos:

- Contagem de número de filhos;
- Registros de ocorrências de crimes;
- Número de acertos de tiros em um alvo;
- Quantidades de pessoas infectadas;

Para compreender melhor uma variável aleatória discreta, será desenvolvido toda a construção dos conceitos a partir de um exemplo.

➢ **Experimento Aleatório:**

Lançamento de uma moeda três vezes consecutivas.

➢ **Espaço Amostral (Resultados possíveis – Ω):**

Ω = {(coroa, coroa, coroa), (coroa, coroa, cara), (coroa, cara, coroa),
(coroa, cara, cara), (cara, cara, cara), (cara, cara, coroa),
(cara, coroa, cara), (cara, coroa, coroa)}

➢ **Definição da variável aleatória discreta (X):**

X = número de caras obtidas no lançamento de três moedas.

Assim, o experimento aleatório sobre o lançamento, três vezes consecutivas, de uma moeda é definido por variável aleatória discreta X que pode assumir os seguintes valores:

X = 0, corresponde ao evento (coroa, coroa, coroa);

X = 1, corresponde aos eventos (coroa, coroa, cara), (coroa, cara, coroa), (cara, coroa, coroa);

X = 2, corresponde aos eventos (coroa, cara, cara), (cara, cara, coroa), (cara, coroa, cara);

X = 3, corresponde ao evento (cara, cara, cara);

Sobretudo, veja que a variável X assume **um número finito de valores**.

Ainda, com essa definição, o experimento aleatório sobre o lançamento de uma moeda, de natureza originalmente qualitativa (cara ou coroa), sofre uma transformação de variável qualitativa nominal para uma variável quantitativa discreta, uma vez que foi feita uma contagem do número de caras.

3 FUNÇÃO MASSA DE PROBABILIDADE

O valor que a variável aleatória discreta pode assumir deve ser associado à sua respectiva probabilidade. Para as variáveis discretas, denominamos essa associação de função massa de probabilidade, simbolizada por “P(X)”, pois indica a probabilidade exatamente no ponto (no valor específico que a variável assume).

Com isso, ao observar todo espaço amostral do experimento em exemplo, é fácil entender que a probabilidade de obter, no lançamento de uma moeda três vezes, é igual:

X = 0 → Nenhuma cara, (coroa, coroa, coroa).
Há 1 resultado favorável em 8 resultados possíveis, assim, **P(X=0) =** $\frac{1}{8}$;

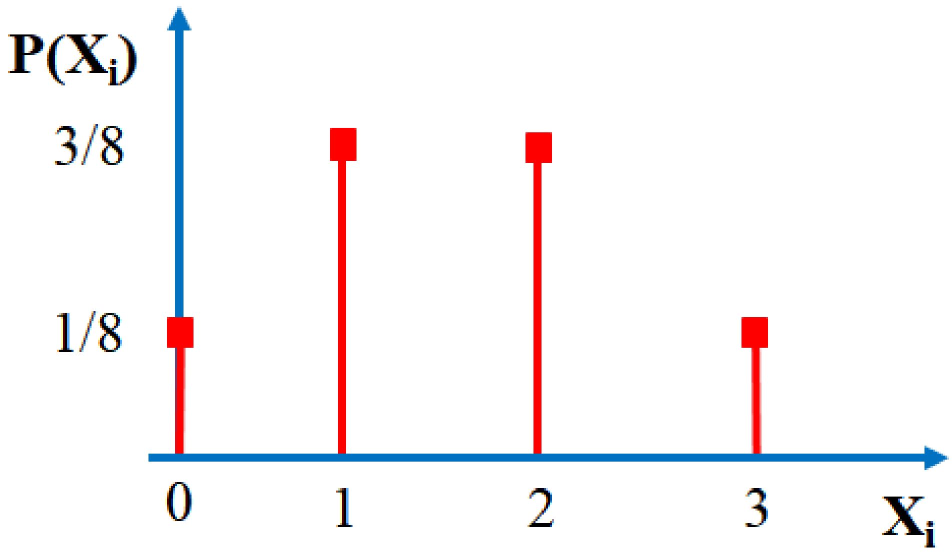
X = 1 → Uma cara, (coroa, coroa, cara), (coroa, cara, coroa), (cara, coroa, coroa);
Há 3 resultados favoráveis em 8 resultados possíveis, assim, **P(X=1) =** $\frac{3}{8}$;

X = 2 → Duas caras, (coroa, cara, cara), (cara, cara, coroa), (cara, coroa, cara);
Há 3 resultados favoráveis em 8 resultados possíveis, assim, **P(X=2) =** $\frac{3}{8}$;

X = 3 → Três caras, (cara, cara, cara).
Há 1 resultado favorável em 8 resultados possíveis, assim, **P(X=0) =** $\frac{1}{8}$;

Desse modo, as probabilidades associadas aos respectivos valores da variável discreta X, no exemplo, podem ser ilustradas na forma de tabela e gráfico:

X_i	$P(X_i)$
0	1/8
1	3/8
2	3/8
3	1/8
Soma	**1**



A representação gráfica é semelhante ao gráfico de colunas, isso porque ilustra a ideia de valores que representam fenômenos do mundo real que podem ser categóricos ou números discretos, sem uma transição entre um valor e outro. Cada valor possui sua respectiva probabilidade no ponto; essa função P(X) é aplicada somente em variáveis aleatórias discretas.

Ainda, podemos concluir que a soma das probabilidades de cada valor que a variável aleatória discreta pode assumir será sempre igual a 100% ou 1, seguindo a propriedade do segundo axioma da probabilidade. Portanto:

$$\sum_{i=1}^{n} P(X_i) = 1$$

$$P(X_1) + P(X_2) + \ldots + P(X_n) = 1$$

4 FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA DE PROBABILIDADE

A função de distribuição acumulada de probabilidade, nas variáveis aleatórias discretas, representa a soma da probabilidade de um valor específico mais as probabilidades dos valores inferiores a ele.

Basicamente, é a mesma ideia da frequência acumulada, discutida no tópico da Estatística Descritiva, só que nesse assunto refere-se as probabilidades.

Matematicamente, define-se função acumulada como sendo a probabilidade da variável aleatória discreta X assumir um valor menor ou igual a xi (um valor qualquer). Assim:

$$F(X_i) = P(X \leq X_i) = \sum_{x_i \leq x} P(X_i)$$

Entenda que a notação simplesmente expressa as somas das probabilidades de um valor X_i e todos inferiores a ele.

A expressão X_i simboliza qualquer valor que a variável discreta pode assumir, enquanto a expressão X representa todo o fenômeno atribuído pela variável aleatória.

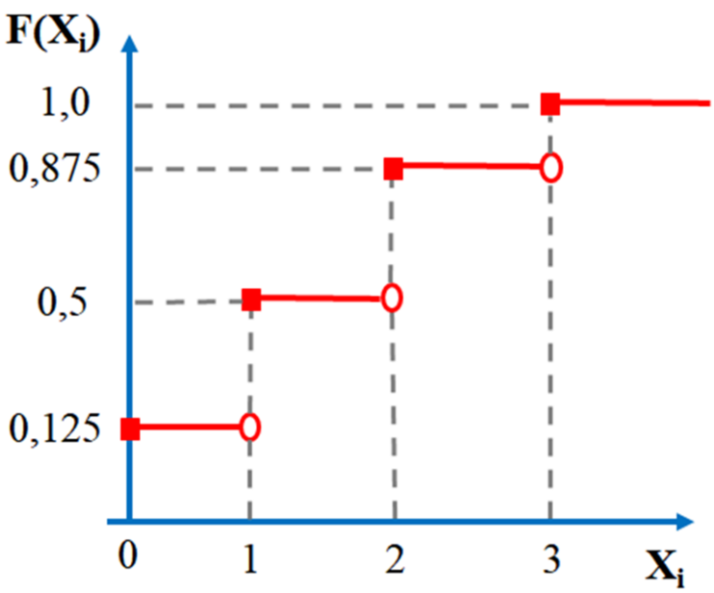
Para quantificar os valores da função de distribuição acumulada, basta **ir somando todas as probabilidades das linhas anteriores.**

Com base no mesmo exemplo do lançamento de moedas, veja como construir a tabela de distribuição acumulada de probabilidade $F(X_i)$:

X_i	$P(X_i)$	$F(X_i)$
0	1/8 = 0,125	F(0) = P(X≤0) =1/8 = 0,125
1	3/8 = 0,375	F(1) = P(X≤1) =1/8 + 3/8 = 4/8 = 0,5
2	3/8 = 0,375	F(2) = P(X≤2) =1/8 + 3/8 + 3/8 = 7/8 = 0,875
3	1/8 = 0,375	F(3) = P(X≤3) =1/8 + 3/8+ 3/8 + 1/8 = 8/8 = 1
Soma	**1**	-

O valor de $F(X_i)$ na última linha deve ser sempre igual a 1, e na primeira linha será $F(X_i) = P(X_i)$. É importante ressaltar que a Função de Probabilidade $P(X_i)$ e a Função de Distribuição Acumulada $F(X_i)$ fornecem todas as informações sobre a variável aleatória discreta X, e a partir de uma função sempre é possível obter a outra.

Por fim, a Função de Distribuição Acumulada de Probabilidade para variáveis aleatórias discretas podem ser representadas graficamente da seguinte forma:



Todo gráfico $F(X_i)$ de uma variável aleatória discreta apresenta esse modelo. É um gráfico que tem a forma de uma "escada", com saltos de descontinuidade nos valores que X pode assumir.

Por exemplo, ao alcançar o valor X = 1, a probabilidade salta do valor 0,125 para 0,5, pois acumula a probabilidade 0,125 do valor X = 0 mais a probabilidade de 0,375 do valor X = 1. E assim segue o raciocínio até o valor de X=3.

5 MEDIDAS DESCRITIVAS

As variáveis aleatórias assumem valores numéricos, logo, é possível aplicar as medidas descritivas para resumir e descrever os resultados do experimento aleatório.

Nesse sentido, basta aplicar as probabilidades (as chances de o resultado acontecer) como se a frequência de cada valor de X.

Portanto, são informações importantes de uma variável aleatórias discreta, a média (ou valor esperado), a mediana, a moda, a variância, o desvio-padrão etc.

Para aplicar as medidas descritivas vamos trabalhar com novo exemplo:

- **Variável Aleatória X:**

Nº de acertos, ao efetuar 4 disparos em um alvo;

X_i	$P(X_i)$	$F(X_i)$
0	1/8	1/8
1	1/8	2/8
2	3/8	5/8
3	2/8	7/8
4	1/8	8/8
Soma	**1**	

5.1 Valor Esperado - E(X)

O valor esperado de uma variável aleatória X corresponde ao valor médio que espera ser obtido observando os resultados de um experimento aleatório várias vezes. Em outras palavras, ao se reproduzir um experimento aleatório diversas vezes, a média formada pelos resultados encontrados tende a ser o valor esperado.

É muito comum, em questões sobre o assunto de variáveis aleatórias, ser perguntado qual a média de determinado objeto de estudo. Apesar de existir uma sutil diferença conceitual entre média e valor esperado, são consideradas sinônimos.

Em função dessa definição, o valor esperado pode também ser denominado como esperança matemática, expectância ou simplesmente a média da variável aleatória, simbolizado por “E(X)” – dentro dos parênteses é expresso a variável aleatória que pretende quantificar o valor esperado. O valor esperado também pode ser simbolizado dessa forma:

$$E(X) = \mu_x$$

Se cada valor de uma variável aleatória discreta possui uma probabilidade associada, então o valor esperado nada mais é do que o somatório da multiplicação de um valor X_i pela sua respectiva probabilidade $P(X_i)$ de ocorrer:

$$E(X) = \sum X_i P(X_i)$$

$$E(X) = X_1 P(X_1) + X_2 P(X_2) + \ldots + X_n P(X_n)$$

Para compreender sua aplicação, será calculado o valor esperado do experimento aleatório em exemplo:

X_i	$P(X_i)$	$X_i P(X_i)$
0	1/8	0
1	1/8	1/8
2	3/8	6/8
3	2/8	6/8
4	1/8	4/8
Soma	1	$E(X) = 17/8$

$$E(X) = 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{1}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{2}{8} + 4 \times \frac{1}{8}$$

$$E(X) = 0 + \frac{1}{8} + \frac{6}{8} + \frac{6}{8} + \frac{4}{8} = \frac{17}{8} = 2,125$$

Portanto, levando em consideração o experimento aleatório, o valor esperado é de 2,125 vezes que o resultado será de acertar o alvo, em quatro disparos.

Para melhor compreensão, entenda que não existe o valor 2,125 acertos no alvo em contagem (variável discreta); contudo, trata-se de uma média esperada, isto é, se for repetido o experimento aleatório várias vezes, será observado com mais frequência resultados oscilando entre 2 e 3 acertos, e a média dos resultados desse experimento será um valor de 2,125 acertos.

O valor esperado está sempre entre o valor mínimo e o valor máximo que uma variável aleatória pode assumir.

A definição de probabilidade está muito associada a ideia frequência relativa – quantidade de repetições de uma observação sobre o total $\frac{f_i}{n}$, isto é, evento sobre espaço amostral $\frac{n(X)}{n(\Omega)}$. Por isso, é fácil associar o cálculo da média, na Estatística Descritiva, com o do valor esperado nas variáveis aleatórias discretas:

Estatística Descritiva x Variáveis Aleatórias Discretas

➢ **Variável X:**

Nº de acertos, ao efetuar 4 disparos em um alvo;

X_i	fr_i
0	1/8
1	1/8
2	3/8
3	2/8
4	1/8
Soma	1

➢ **Variável Aleatória X:**

Nº de acertos, ao efetuar 4 disparos em um alvo;

X_i	$P(X_i)$
0	1/8
1	1/8
2	3/8
3	2/8
4	1/8
Soma	1

Estatística Descritiva	Variável Aleatória Discreta
Frequência Relativa: $fr_i = \dfrac{f_i}{n}$	**Probabilidade:** $P(X_i) = \dfrac{n(X_i)}{n(\Omega)}$
Média: $\mu = \sum_{i=1}^{n} X_i fr_i$	**Valor Esperado:** $E(X) = \sum X_i P(X_i)$

Essa associação de conhecimentos é bem interessante para fixar e melhor compreender estes assuntos. De modo geral, enquanto na Estatística Descritiva trabalhamos com um conjunto de dados com intenção de descrevê-los, nas variáveis aleatórias discretas trabalhamos com os possíveis valores que um fenômeno pode assumir e suas probabilidade de ocorrência. Há apenas uma pequena alteração no ponto de vista.

Outra informação muito aplicada em provas, é o conhecimento sobre as **propriedades do valor esperado**. São equivalências matemáticas que sempre serão aplicadas em uma determinada condição.

São elas:

- **Propriedade I.** O valor esperado de um experimento aleatório que apresenta apenas um resultado, isto é, quando a variável aleatória assume apenas um valor, uma constante (k), tem-se:

$$\boldsymbol{E(k) = k}$$

Se uma variável aleatória assume sempre o mesmo valor, o valor esperado é a própria constante.

- **Propriedade II.** O valor esperado de uma variável aleatória que foi somada/subtraída por um valor constante (k) e teve valores modificados, tem a seguinte característica:

$$\boldsymbol{E(X \pm k) = E(X) \pm k}$$

Em outras palavras, é o mesmo que calcular o valor esperado normalmente e depois somar pela constante que modifica a variável aleatória. Essa propriedade é o mesmo estudado na Estatística Descritiva, quando todo o conjunto de dados eram somados/subtraídos uniformemente por um valor. Afinal, somar/subtrair uma variável aleatória, que representa todo um fenômeno, é o mesmo que modificar cada valor que ela pode assumir.

- **Propriedade III.** O valor esperado de uma variável aleatória que foi multiplica/dividida por um valor constante (k) e teve seus valores modificados, tem a seguinte característica:

$$\boldsymbol{E(k.X) = k.E(X)}$$

Basta calcular o valor esperado independentemente e multiplicar pela constante. Esse também é o mesmo efeito observado na média, estudado no tópico de Estatística Descritiva.

- **Propriedade IV.** O valor esperado da soma/subtração de duas variáveis aleatórias quaisquer é igual a soma do valor esperado de cada variável separadamente, isto é:

$$\boldsymbol{E(X \pm Y) = E(X) \pm E(Y)}$$

Essa propriedade é muito aplicada em provas, basicamente, quando for abordado uma questão de transformação de variáveis que soma variáveis aleatórias, deve-se entender que basta somar/subtrair os valores esperados de cada uma, para obter o valor esperado da nova variável aleatória proveniente da transformação.

- **Propriedade V.** O valor esperado da multiplicação/divisão de duas variáveis aleatórias, quando independentes, é igual ao produto do valor esperado de cada variável aleatória separadamente, isto é:

$$\boldsymbol{E(XY) = E(X) \times E(Y), \textit{se } X \textit{ e } Y \textit{ forem independentes.}}$$

Veja que para essa propriedade ser aplicada, é necessário existir uma relação de independência entre as variáveis. Esse conteúdo será melhor abordado nas variáveis aleatórias bidimensionais, quando se tem o interesse de estudar o efeito associado de duas variáveis aleatórias. Por hora, apenas entenda que é necessário a independência entre as variáveis para aplicar essa propriedade.

5.2 Mediana - Me(X)

Em uma variável aleatória discreta, a mediana pode ser obtida a partir da função de distribuição acumulada de probabilidade F(X$_i$). O primeiro valor associado a probabilidade que acumulada mais que 0,5 (50%) representará a mediana.

$$Me(X) \rightarrow F(X_i) = 50\%$$

Para o exemplo desse tópico, temos que a mediana será de:

X_i	$P(X_i)$	$F(X_i)$
0	1/8	1/8
1	1/8	2/8
2	3/8	$\boxed{5/8}$
3	2/8	7/8
4	1/8	8/8
Soma	1	

$$Me(X) = 2 \text{ acertos}$$

Como o valor X = 2 acumula mais que 50% dos dados (5/8=0,625), a mediana será igual a 2 acertos.

5.3 Moda Mo(X)

A moda de variável aleatória discreta é simplesmente o valor da variável com maior probabilidade de ocorrer P(X$_i$), isto é, basta identificar na função massa de probabilidade o valor com maior probabilidade.

$$\boldsymbol{Mo(X) \rightarrow Valor\ de\ X\ com\ maior\ P(X)}$$

No exemplo abordado, o valor da moda será de 2 acertos, pois é o valor de X com maior probabilidade de ocorrer.

X_i	$P(X_i)$
0	1/8
1	1/8
2	$\boxed{3/8}$
3	2/8
4	1/8
Soma	**1**

$$\boldsymbol{Mo(X) = 2\ acertos}$$

5.4 Variância - Var(X)

A Variância é a medida de dispersão que indica a variabilidade dos valores da variável aleatória X em relação ao valor esperado (média). Deve-se ressaltar que cada desvio em relação ao valor esperado, possui uma probabilidade de ocorrer $P(X_i)$.

$$Var(X) = {\sigma_x}^2$$

Na essência, para obter a variância, deve-se efetuar o somatório dos desvios elevados ao quadrado multiplicado pela sua probabilidade de ocorrer:

$$desvio_i = [X_i - E(X)]$$

$$Var(X) = \sum_{i=1}^{n} [X_i - E(X)]^2 P(X_i)$$

Contudo, calcular a variância dessa forma pode ser muito trabalho e pouco prático. Para isso, é altamente vantajoso utilizar a fórmula alternativa da variância populacional, conhecida como **“a média dos quadrados menos o quadrado da média”**, abordado no tópico de Estatística Descritiva.

Com isso, aplicando nos conceitos das variáveis aleatórias, a fórmula é adaptada para seguinte condição **“a esperança do quadrado menos o quadrado da esperança”**, entenda:

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

Assim, primeiro vamos calcular a esperança do quadrado $E(X^2)$:

X_i	X_i^2	$P(X_i)$	$X_i^2 P(X_i)$
0	0	1/8	0
1	1	1/8	1/8
2	4	3/8	12/8
3	9	2/8	18/8
4	16	1/8	16/8
Total	-	1	$E(X^2)$ =47/8

$$E(X^2) = \frac{47}{8} = 5,875$$

Em seguida, vamos calcular o quadrado da média:

$$[E(X)]^2 = (2,125)^2 = 4,515$$

Por fim, a variância será igual a:

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$Var(X) = 5,875 - 4,515 = 1,36\ (acertos)^2$$

Assim como o valor esperado, a variância possui propriedades importantes muito aplicadas em provas. Também é um conhecimento associado a transformação uniforme de dados na Estatística Descritiva. As propriedades são equivalências matemáticas que sempre serão aplicadas em uma determinada condição. São elas:

- **Propriedade I.** A variância de um experimento aleatório que apresenta apenas um resultado, isto é, quando a variável aleatória assume apenas um valor, uma constante (k), tem-se:

$$Var(k) = 0$$

Se uma variável aleatória assume sempre o mesmo valor, não existe dispersão em relação ao valor esperado, uma vez que o valor k é o próprio E(k). Portanto, a variabilidade é zero.

- **Propriedade II.** O valor esperado de uma variável aleatória que foi somada/subtraída por um valor constante (k) e teve valores modificados, tem a seguinte característica:

$$Var(X \pm k) = Var(X)$$

O valor da variância não é alterado quando a variável aleatória é transformada com operações de soma/subtração. O mesmo raciocínio abordado em Estatística Descritiva é aqui aplicado, como o valor esperado é alterado com soma/subtração os desvios permanecem os mesmos e a variância não se altera.

- **Propriedade III.** A variância de uma variável aleatória que foi multiplica/dividida por um valor constante (k) e teve seus valores modificados, tem a seguinte característica:

$$Var(X.k) = k^2.Var(X)$$

A constante k multiplica os valores dos desvios, porém, como são elevados ao quadrado, a constante multiplica/divide a variância pelo seu valor ao quadrado. Basta calcular a variância independentemente e multiplicar pelo quadrado da constante.

- **Propriedade IV.** A variância proveniente da soma/subtração de duas variáveis aleatórias, **independentes** entre si, é igual a soma da variância de cada variável separadamente, isto é:

$$\boldsymbol{Var(X \pm Y) = Var(X) + Var(Y),}$$
$$\boldsymbol{se\ independentes}$$

Veja que, mesmo se for efetuado a subtração entre variáveis aleatórias independentes, a nova variância corresponderá a soma das variâncias de cada variável. Essa propriedade é muito aplicada em provas e pode ser muito útil para deduzir novas informações.

- **Propriedade V.** A variância proveniente da soma/subtração de duas variáveis aleatórias que não são independentes entre si é expressa pela seguinte igualdade:

$$\boldsymbol{Var(X \pm Y) = Var(X) + Var(Y) \pm 2Cov(X,Y)}$$

A variância da soma/subtração de variáveis aleatórias é afetada pelo efeito da covariância [Cov(X,Y)]. Em resumo, a covariância é o efeito associado da variabilidade de duas variáveis aleatórias. Esse assunto será abordado com maior detalhe no conteúdo de variáveis aleatórias bidimensionais. Por enquanto, apenas entenda que existe esse efeito na variância da soma de variáveis aleatórias, gerando a propriedade V.

Conforme a operação matemática aplicada, a covariância soma ou subtrai, em duas vezes seu valor, a nova variância. A propriedade IV e V são basicamente a mesma informação, porém, quando as variáveis são independentes o valor de covariância é igual a zero, aplicando-se a propriedade IV.

Por fim, a variância é um quantitativo da dispersão dos dados, no entanto, ela não gera interpretações diretamente relacionadas ao fenômeno estudado. Isso porque seus valores são elevados ao quadrado e a unidade de medida também (nesse exemplo, número de caras²).

Para tanto, é possível compreender que quanto maior a variância, maior será dispersão dos dados. Mas, a informação que gera a melhor compreensão da variabilidade de uma variável aleatória são o desvio padrão e o coeficiente de variação.

5.5 Desvio padrão – DP(X)

O desvio-padrão consiste na raiz quadrada da variância de uma variável aleatória. Esse cálculo se baseia no mesmo princípio abordado em Estatística Descritiva, isto é, com a finalidade de transforma a unidade de medida na mesma do fenômeno estudado. Em síntese, a variância é calculada para obter posteriormente o desvio-padrão, assim:

$$DP(X) = \sqrt{Var(X)}$$

O desvio padrão pode também ser representado por:

$$DP(X) = \sigma_x$$

Conforme o exemplo construído nesse capítulo, o desvio padrão da variável aleatória X é igual a:

$$DP(X) = \sqrt{1,36} = 1,16 \text{ acertos}$$

Com isso, é possível inferir que a variável aleatória X (número de acertos a um alvo ao disparar quatro vezes) tem um valor esperado de 2,125 e desvio-padrão de 1,16. Portanto, ao se efetuar o experimento aleatório diversas vezes, espera-se encontrar uma média de 2,125 acertos, e esse resultado tende a dispersa-se em 1,16 acertos para mais ou para menos.

5.6 Coeficiente de Variação – CV(X)

Além do desvio padrão, é interessante obter o coeficiente de variação de uma variável aleatória, pois ele permite obter uma ideia de dispersão relativa ao valor esperado. Permitindo assim, comparar a dispersão de uma variável aleatória com outra. Desse modo:

$$CV(X) = \frac{DP(X)}{E(X)}$$

Conforme o exemplo, o coeficiente de variação é:

$$CV(X) = \frac{1,16}{2,125} = 0,54 = 54\%$$

Dessa forma, a variável aleatória estudada possui uma elevada variação (54%) em relação ao valor esperado (média). Isso indica que a variação dos resultados possíveis nesse experimento aleatório é maior do que a metade do valor esperado. Portanto, o E(X) não é capaz de representar, por si só, o experimento aleatório.

PROFISSÃO POLICIAL

CONCURSEIRO QUE PRETENDE SER POLICIAL NÃO FAZ RATEIO

Todo o material desta apostila (textos e imagens) está protegido por direitos autorais do Profissão Policial Concursos de acordo com a Lei 9.610/1998. Será proibida toda forma de cópia, plágio, reprodução ou qualquer outra forma de uso, não autorizada expressamente, seja ela onerosa ou não, sujeitando-se o transgressor às penalidades previstas civil e criminalmente.