



PROFISSÃO
POLICIAL

Estatística

Professor Breno Galvão

Estatística

Professor Breno Galvão

Sumário

APRESENTAÇÃO.....	3
1 DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE.....	4
2 DISTRIBUIÇÕES DISCRETAS DE PROBABILIDADE.....	7
2.1 DISTRIBUIÇÃO DE BERNOULLI.....	8
2.2 DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL.....	9
2.3 DISTRIBUIÇÃO DE POISSON.....	10
2.4 DISTRIBUIÇÃO GEOMÉTRICA.....	13
2.5 DISTRIBUIÇÃO HIPERGEOMÉTRICA.....	15
3 QUESTÕES DE RENDIMENTO.....	17

APRESENTAÇÃO



Fala, aluno (a)! Aqui é o Professor Breno Galvão. É com grande satisfação que aceitei o desafio de ser seu professor de Estatística no Profissão Policial Concursos.

Antes comentar os principais aspectos do curso eu gostaria de me apresentar!

Sou formado em Engenharia Aeroespacial e Análise e Desenvolvimento de Sistemas. Atualmente ocupo o cargo de Dirigente do Serviço Público Federal no Ministério das Comunicações.

Ao longo de minha jornada como professor em diversos cursos preparatórios para concursos tive o prazer de contar com diversos alunos aprovados nos principais e mais difíceis cargos do Brasil.

Tenho certeza de que após a realização deste curso você estará apto a realizar uma ótima prova de Estatística. Caso você tenha alguma dúvida pode me chamar pelas minhas redes sociais! **@prof.brenogalvao**.

Grande abraço, tamo junto.

Distribuições Discretas de Probabilidade

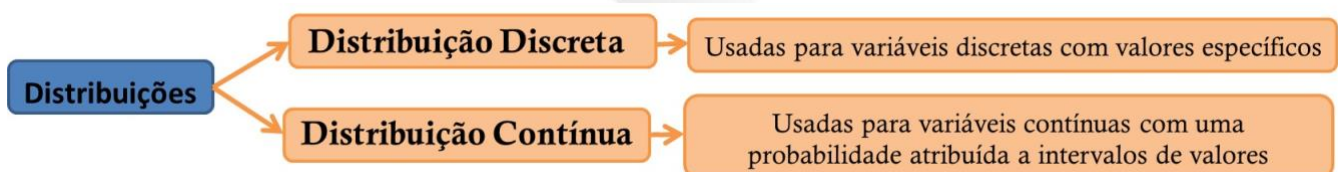
1 DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE

Uma distribuição de probabilidade é uma função matemática que fornece as probabilidades de ocorrência de diferentes possíveis resultados em um experimento.

Imagine que você é um policial e está tentando prever a probabilidade de certos eventos, como o número de chamadas de emergência que você pode receber em um dia. Uma distribuição de probabilidade é como um mapa que mostra todas as possíveis ocorrências (neste caso, o número de chamadas) e quão prováveis elas são.

Por exemplo, pode ser que você normalmente receba em média 5 chamadas por dia. Mas alguns dias são mais movimentados e você recebe 10 chamadas, e outros são mais tranquilos com apenas 1 chamada. A distribuição de probabilidade é uma maneira de representar todas essas possibilidades e suas probabilidades associadas.

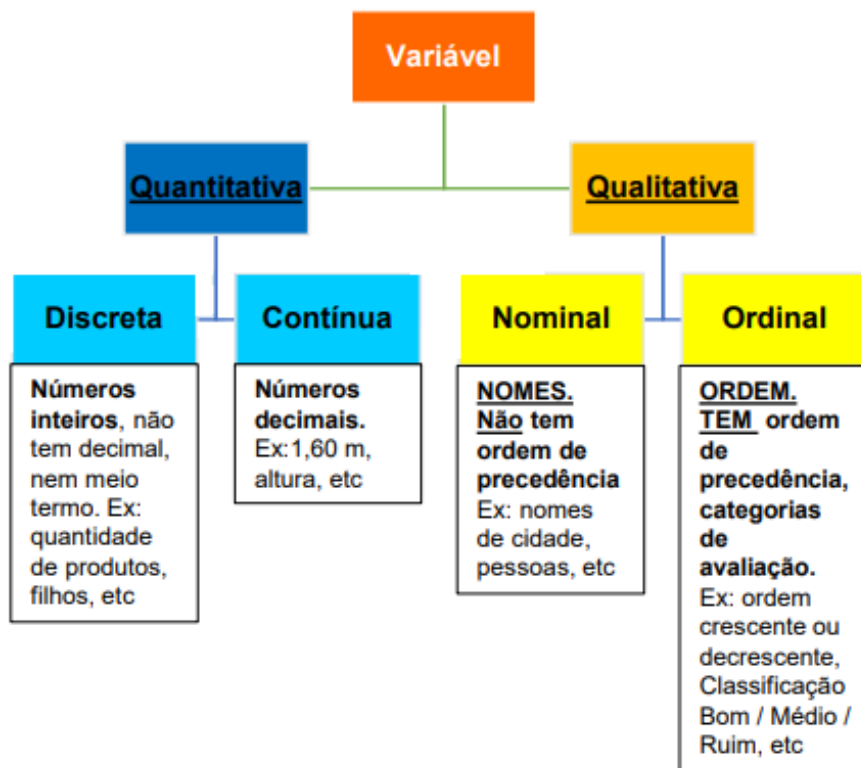
Agora, essas distribuições de probabilidade podem ser divididas em dois tipos principais: discretas e contínuas.



Você sabe qual é a diferença entre variável discreta e variável contínua?

Variáveis aleatórias discretas: são aquelas que assumem um número finito ou infinito enumerável de valores. Por exemplo, o número de caras obtidas ao lançar uma moeda três vezes é uma variável aleatória discreta, pois os valores possíveis são 0, 1, 2 e 3.

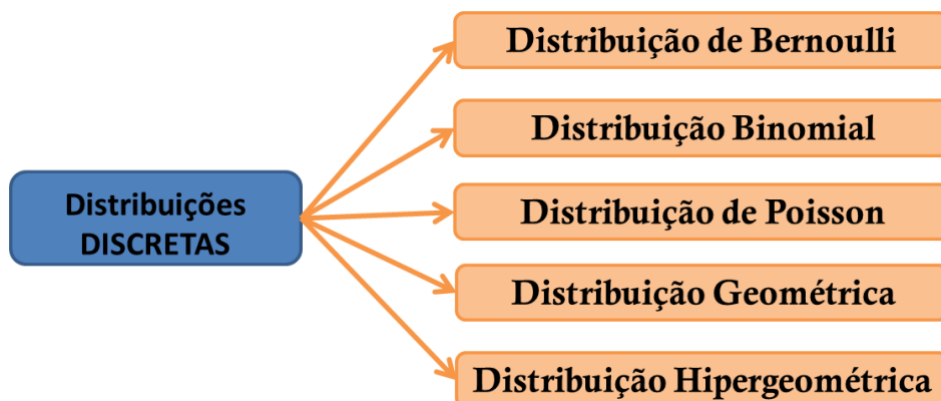
Variáveis aleatórias contínuas: são aquelas que podem assumir qualquer valor em um dado intervalo ou contínuo. Por exemplo, a altura de uma pessoa é uma variável aleatória contínua, pois pode assumir qualquer valor dentro de um determinado intervalo.



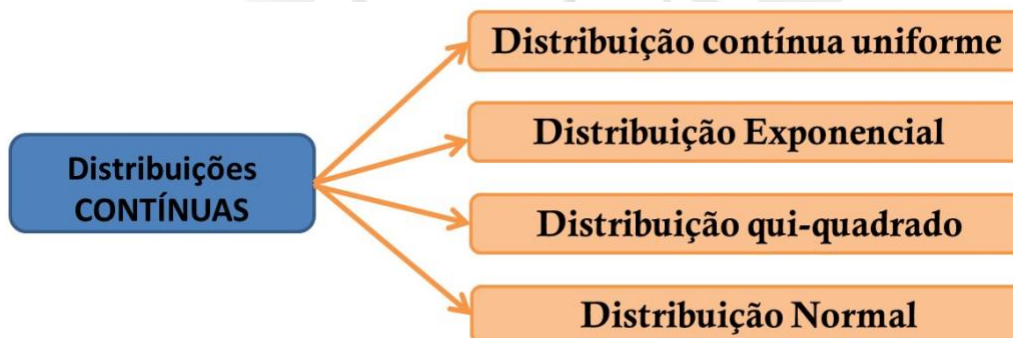
Note que é necessário ter bastante atenção no momento de analisar a classificação de uma variável, por exemplo o CEP (Código de Endereçamento Postal) é uma variável qualitativa e não quantitativa, pois o CEP expressa um nome.

Dessa forma, como informado acima, as distribuições de probabilidade podem ser divididas em dois tipos principais: discretas e contínuas. Veja:

Distribuições Discretas: Estas são usadas quando os possíveis resultados são valores discretos ou contáveis. Por exemplo, o número de vezes que você pode tirar 6 ao lançar um dado em 10 tentativas. Aqui, os possíveis resultados são números inteiros de 0 a 10. As principais distribuições discretas de probabilidade são: Distribuição de Bernoulli; Distribuição Binomial; Distribuição de Poisson; Distribuição Geométrica e Distribuição Hipergeométrica.



Distribuições Contínuas: Estas são usadas quando os possíveis resultados formam um intervalo contínuo. Por exemplo, a altura de uma pessoa escolhida aleatoriamente. Aqui, a altura pode ser qualquer valor real positivo. As principais distribuições contínuas de probabilidade são: Distribuição contínua uniforme; Distribuição Exponencial; Distribuição qui-quadrado e Distribuição Normal.



2 DISTRIBUIÇÕES DISCRETAS DE PROBABILIDADE

A distribuição de probabilidade discreta é um tipo específico de distribuição de probabilidade que lida com variáveis aleatórias discretas.

A Distribuição Discreta de Probabilidade lida com variáveis aleatórias discretas. Estas são variáveis que têm um número contável de resultados possíveis. Por exemplo, o número de vezes que você pode tirar um 6 ao lançar um dado é uma variável discreta, pois os resultados possíveis são contáveis.

As Distribuições Discretas de Probabilidade são úteis em muitos cenários. Por exemplo, elas podem ser usadas para modelar o número de clientes que entram em uma loja em um determinado dia, o número de chamadas recebidas em um órgão em uma hora, ou o número de e-mails que você recebe em um dia.

Lembre-se, a chave para dominar as distribuições de probabilidade é entender quando e como aplicá-las, e como calcular seus parâmetros principais (como média e variância). Com a prática e estudo, você se tornará cada vez mais confortável com esses conceitos. Dessa forma, vamos tratar nessa aula as seguintes distribuições:

- Distribuição de Bernoulli
- Distribuição Binomial
- Distribuição de Poisson
- Distribuição Geométrica e
- Distribuição Hipergeométrica.

2.1 Distribuição de Bernoulli

A distribuição de Bernoulli é uma distribuição discreta de espaço amostral $\{0, 1\}$. Ela tem valor 1 com a probabilidade de sucesso p e valor 0 com a probabilidade de falha, que no caso corresponde a $1 - p$.

Um exemplo clássico de uma experiência de Bernoulli é uma jogada única de uma moeda. A moeda pode dar “coroa” com probabilidade p e “cara” com probabilidade igual a $1 - p$, por exemplo.

Os principais parâmetros da distribuição de Bernoulli são:

$$\text{Média} = E(X) = p$$

$$\text{Variância} = \text{Var}(X) = p(1 - p)$$

Tabela resumo:

Distribuição de Bernoulli:

Apenas 1 tentativa;
2 Resultados possíveis
1: Probabilidade de Sucesso ou
0: Probabilidade de Fracasso]

 $E(X) = P$

 $\text{Var}(X) = P \cdot (1 - P)$

2.2 Distribuição Binomial

A distribuição binomial é uma distribuição de probabilidade discreta que descreve o número de sucessos em uma sequência de n experimentos independentes entre si, chamados de Bernoulli.

Um exemplo da aplicação da distribuição binomial se encontra a seguir: Suponha que você tenha uma moeda justa, o que significa que a probabilidade de obter “cara” (p) é 0,5 e a probabilidade de obter “coroa” ($1-p$) também é 0,5. Agora, digamos que você vá lançar essa moeda 10 vezes. Você está interessado em saber a probabilidade de obter exatamente 6 “caras”, logo, estamos diante de um exemplo de um problema que pode ser resolvido usando a distribuição binomial.

Algumas características dessa distribuição:

- Cada experimento só pode ter dois resultados possíveis, geralmente denominados de “sucesso” e “fracasso”.
- A probabilidade de sucesso, denotada por p , é a mesma em cada ensaio.
- Os ensaios são independentes, ou seja, o resultado em um ensaio não afeta o resultado nos outros ensaios.
- Um experimento Binomial é uma sequência de experimentos de Bernoulli.

A função de probabilidade da distribuição binomial é dada por:

$$P(k, n, p) = C_{(n,k)} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

Onde cada termo corresponde a:

k = Número de sucessos que quero ter

n = Número de tentativas do experimento

p = Probabilidade de sucesso a cada tentativa

Com relação à média e à variância da distribuição Binomial, temos:

$$\text{Média} = E(X) = n \cdot p$$

$$\text{Variância} = \text{Var}(X) = n \cdot p (1 - p)$$

Tabela resumo:

Distribuição Binomial

Quantidade fixa de tentativas "n";

Um experimento Binomial é uma sequência de experimentos de Bernoulli.

$E(X) = n \cdot P$

→ A MÉDIA SEMPRE SERÁ MAIOR QUE A VARIÂNCIA.

$\text{Var}(X) = n \cdot P \cdot (1 - P)$

FUNÇÃO DE PROBABILIDADE:

$P(k, n, p) = C(n, k) \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$

COMBINAÇÃO

p = PROBABILIDADE DE SUCESSO a cada tentativa

n = número de tentativas do experimento

K = número de SUCESSOS que quero ter

2.3 Distribuição de Poisson

A Distribuição de Poisson é uma distribuição discreta de probabilidade que descreve o número de ocorrências de um evento em um determinado intervalo de tempo ou espaço. Exemplo: calcular os defeitos em um produto, chamadas em um call center, cliques em um site, entre outros.

Um exemplo da aplicação da distribuição de Poisson se encontra a seguir: Imagine que você gerencia um pequeno call center. Observou que, em média, 5 chamadas são recebidas por hora. Agora, queremos saber a probabilidade de receber exatamente 3 chamadas em uma hora específica. A seguir se encontra o porquê desse cenário se relacionar com a distribuição de Poisson:

- A Distribuição de Poisson é adequada para eventos que ocorrem em um intervalo fixo de tempo ou espaço.
- Nesse caso, estamos interessados no número de chamadas (um evento) que ocorre em uma hora contínua.
- As chamadas são independentes entre si (uma chamada não afeta a probabilidade da próxima chamada).
- A taxa média de chamadas por hora (λ) é conhecida (5 chamadas).

Algumas características dessa distribuição:

- O experimento conta quantas vezes um evento ocorre em um intervalo específico.
- A probabilidade do evento é a mesma para cada intervalo.
- O número de ocorrências em um intervalo é independente do outro.

A função de probabilidade da distribuição binomial é dada por:

$$P(k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}$$

Onde cada termo corresponde a:

$P(k)$ = Probabilidade de chegar a K pessoas

e = Número de euler $\simeq 2,7$

λ = Parâmetro (lânguida)

Com relação à média e à variância da distribuição de Poisson, temos:

$$\lambda = E(X) = Var(X)$$

Tabela resumo:

Distribuição de Poisson:

LÂNGUIDA = MÉDIA = VARIÂNCIA

$\lambda = E(X) = Var(X)$

FUNÇÃO DE PROBABILIDADE:

$P(k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}$

Probabilidade de chegar K pessoas N° Euler $\approx 2,7$

Não confunda a distribuição Binomial com a distribuição de Poisson:

- A **distribuição binomial** é aplicada quando temos um número fixo de tentativas (por exemplo, lançamento de moedas) e queremos saber a probabilidade de um certo número de sucessos.
- A **Distribuição de Poisson** é usada quando estamos interessados no número de ocorrências de um evento em um intervalo contínuo (como tempo ou espaço) com uma taxa média constante.

2.4 Distribuição Geométrica

A Distribuição Geométrica é uma distribuição de probabilidade discreta que descreve o número de tentativas necessárias para obter o primeiro sucesso em uma sequência de ensaios de Bernoulli independentes. Cada ensaio é independente e tem apenas dois possíveis resultados: sucesso ou fracasso.

Um exemplo da aplicação da distribuição de geométrica se encontra a seguir: Suponha que você esteja jogando um jogo de dados justo, onde você continua jogando até que o número “1” apareça pela primeira vez. A probabilidade de “1” aparecer em um dado de seis faces é $1/6$. Portanto, a probabilidade de distribuição do número de vezes que o dado é jogado é uma distribuição geométrica com $p = 1/6$.

Algumas características dessa distribuição:

- Os ensaios são repetidos até o primeiro sucesso. Em outras palavras, você continua repetindo o que está fazendo até o primeiro sucesso. Então você para.
- A probabilidade de sucesso p e a probabilidade de fracasso q são as mesmas para cada tentativa. A soma de p e q é igual a 1, ou seja, $p + q = 1$ e $q = 1 - p$.
- O número de ensaios poderia, teoricamente, durar para sempre, mas deve haver pelo menos um teste.

A função de probabilidade da distribuição geométrica é dada por:

$$P(x = n) = p \cdot (1 - p)^{n-1}$$

Onde cada termo corresponde a:

p = Probabilidade de n tentativas até o primeiro sucesso

n = Número de tentativas

Com relação à média e à variância da distribuição de geométrica, temos:

$$\text{Média} = E(X) = \frac{1}{p}$$

$$\text{Variância} = \text{Var}(X) = \frac{1 - p}{p^2}$$

Tabela resumo:

Distribuição Geométrica:

- Probabilidade de ter "**n**" tentativas até obter o primeiro sucesso;
- Ao obter o primeiro sucesso, eu paro

$$P(X = n) = p \cdot (1 - p)^{n-1}$$

Probabilidade de "**n**" tentativas até o sucesso

$E(X) = \frac{1}{p}$	$\text{Var}(X) = \frac{(1 - p)}{p^2}$
----------------------	---------------------------------------

2.5 Distribuição Hipergeométrica

A Distribuição Hipergeométrica é uma distribuição de probabilidade discreta que descreve a probabilidade de obter um certo número de sucessos em uma amostra retirada de uma população finita sem reposição

Um exemplo da aplicação da distribuição de hipergeométrica se encontra a seguir: Suponha que você tenha uma caixa com 20 bolas, das quais 8 são vermelhas e 12 são azuis. Você decide pegar 5 bolas aleatoriamente da caixa sem substituição. A distribuição hipergeométrica pode ser usada para calcular a probabilidade de pegar um certo número de bolas vermelhas.

As seguintes condições caracterizam a distribuição hipergeométrica:

- Duas categorias mutuamente excludentes: O resultado de cada retirada (os elementos da população que compõem a amostra) pode ser classificado em uma de duas categorias mutuamente excludentes (por exemplo, aprovação ou reprovação, empregado ou desempregado).
- Probabilidade de sucesso muda a cada retirada: A probabilidade de um sucesso muda a cada retirada, conforme cada retirada diminui a população (amostragem sem reposição a partir de uma população finita).

A função de probabilidade da distribuição hipergeométrica é dada por:

$$P(X = K) = \frac{\binom{K}{k} \cdot \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}} = \frac{C_{K,k} \cdot C_{N-K,n-k}}{C_{N,n}}$$

Onde cada termo corresponde a:

N = número total de elementos

n = número de elementos da nossa amostra

K = número de sucessos na população

k = número de sucessos na amostra

Com relação à média e à variância da distribuição de hipergeométrica, temos:

$$\text{Média} = E(X) = n \frac{K}{N}$$

$$\text{Variância} = \text{Var}(X) = npq \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$$

Onde cada termo corresponde a:

N = número total de elementos

n = número de elementos da nossa amostra

p = proporção de sucesso na população ($p = \frac{\text{Casos Favoráveis}}{\text{Total}}$)

q = proporção do que falta na população.

Tabela resumo:

Distribuição Hipergeométrica

1º) Ter uma População Grande "N" com casos que atendem e casos que não atendem;

2º) Seleciono uma quantidade de casos SEM reposição e quero saber a probabilidade de atender ou não → Probabilidade de ter "k" sucesso em "n" tentativas, a partir de uma população com tamanho "N" e que possua "K" sucessos, SEM reposição.

$$p = \frac{\text{Casos Favoráveis}}{\text{Total}}$$

$$\text{Média} = E(X) = n \frac{K}{N}$$

$$\text{Variância} = \text{Var}(X) = npq \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$$

$$P(X = K) = \frac{\binom{K}{k} \cdot \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

OU

$$P(X = K) = \frac{C_{K,k} \cdot C_{N-K,n-k}}{C_{N,n}}$$

3 QUESTÕES DE RENDIMENTO

01 (INÉDITA | 2024) Sabendo que duas variáveis A e B seguem distribuições de Bernoulli, sendo que temos as seguintes probabilidades: $P(A = 1) = P(B = 0) = 0,7$.

É correto afirmar que a média de B corresponde a 0,7.

Resolução

Note o número 1 corresponde ao sucesso e o número 0 corresponde ao fracasso, conforme a distribuição de Bernoulli:

Distribuição de Bernoulli:

Apenas 1 tentativa:
2 Resultados possíveis
1: Probabilidade de Sucesso ou
0: Probabilidade de Fracasso]

$E(X) = P$

$Var(X) = P \cdot (1 - P)$

Perceba que a banca traz as seguintes probabilidades:

$$P(A = 1) = P(B = 0) = 0,7$$

Assim, para a variável B temos as seguintes probabilidades:

$$P(B = 1) = 0,3$$

$$P(B = 0) = 0,7$$

Dessa forma, a média de B corresponde a 0,3, ou seja, quando $P(B = 1)$.

Portanto, a alternativa se encontra errada.

02 (INÉDITA | 2024) Duas variáveis A e B seguem distribuições de Bernoulli, sendo que temos as seguintes probabilidades: $P(A = 1) = P(B = 0) = 0,7$.

É correto afirmar que a variância de B é inferior a 0,2.

Resolução

Note o número 1 corresponde ao sucesso e o número 0 corresponde ao fracasso, conforme a distribuição de Bernoulli:

Distribuição de Bernoulli:

Apenas 1 tentativa:
2 Resultados possíveis
1: Probabilidade de Sucesso ou
0: Probabilidade de Fracasso]

 $E(X) = P$

 $Var(X) = P \cdot (1 - P)$

Perceba que a banca traz as seguintes probabilidades:

$$P(A = 1) = P(B = 0) = 0,7$$

Logo, temos para a variável A as seguintes probabilidades:

$$P(A = 1) = 0,7$$

$$P(A = 0) = 0,3$$

E para a variável B temos as seguintes probabilidades:

$$P(B = 1) = 0,3$$

$$P(B = 0) = 0,7$$

Logo, como a banca solicita a variância da variável B, assim, basta fazer o seguinte cálculo:

$$Var(B) = p(1 - p)$$

$$Var(B) = 0,3(1 - 0,3) = 0,3(0,7) = 0,21$$

Portanto, a alternativa se encontra errada.

03 (INÉDITA|2024) Um estudo mostra que 20% de todos os candidatos que estão se inscrevendo para um determinado concurso público na área policial possuem formação em uma determinada especialização em criminologia.

Selecionando-se ao acaso e com reposição 4 desses candidatos, a probabilidade de que exatamente 2 possuam essa especialização corresponde a 15,36%.

Resolução

Note que estamos diante de uma distribuição binomial de probabilidade, onde a chance de sucesso corresponde a chance de ter especialização em criminologia, assim, temos:

Distribuição Binomial

Quantidade fixa de tentativas "n";

Um experimento Binomial é uma sequência de experimentos de Bernoulli.

$E(X) = n \cdot P$ → A MÉDIA SEMPRE SERÁ MAIOR QUE A VARIÂNCIA.

$Var(X) = n \cdot P \cdot (1 - P)$

FUNÇÃO DE PROBABILIDADE:

$P(k, n, p)$

=

$C(n, k) \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$

↑
COMBINAÇÃO

↑
p = PROBABILIDADE DE SUCESSO a cada tentativa

↑
n = número de tentativas do experimento

↑
K = número de SUCESSOS que quero ter

Perceba que a chance de sucesso, ou seja, ter especialização em criminologia, corresponde a $p = 20\%$, já com relação a probabilidade de fracasso, temos $q = 80\%$, veja:

$$100\% - 20\% = 80\% = q$$

Dessa forma aplicando a fórmula da função de probabilidade para uma distribuição binomial, temos:

$$P(k, n, p) = C(n, k) \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

Onde:

$k = 2$ (queremos que dois casos apresentem sucesso)

$n = 4$ (número de tentativas = 4 extrações)

$p = 0,2$ (chance de sucesso a cada extração)

Dessa forma, temos o seguinte cálculo:

$$\begin{aligned} P(2, 4, 0,2) &= C_{(4,2)} \cdot 0,2^2 \cdot (1 - 0,2)^{4-2} \\ &= \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! (4 - 2)!} \cdot (0,04) \cdot (0,8)^2 \\ &= \frac{4 \times 3 \times \cancel{2!}}{2 \times 1 \times \cancel{2!}} \cdot (0,04) \cdot (0,64) \\ &= \frac{12}{2} \cdot (0,0256) = \frac{0,3072}{2} = 0,1536 = 15,36\% \end{aligned}$$

Portanto, a alternativa se encontra correta.

04 (INÉDITA | 2024) Uma variável aleatória X tem distribuição binomial de parâmetros: $n = 40$ e $p = 0,7$.

É correto afirmar que a esperança e a variância de X serão, respectivamente iguais a 28 e 8,4.

 Resolução

Note que estamos diante de uma distribuição binomial de probabilidade, assim, temos:

Distribuição Binomial

Quantidade fixa de tentativas "n";

Um experimento Binomial é uma sequência de experimentos de Bernoulli.

$E(X) = n \cdot P$ → A MÉDIA SEMPRE SERÁ MAIOR QUE A VARIÂNCIA.

$Var(X) = n \cdot P \cdot (1 - P)$

FUNÇÃO DE PROBABILIDADE:

$P(k, n, p) = C(n, k) \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$

p = PROBABILIDADE DE SUCESSO a cada tentativa
n = número de tentativas do experimento
K = número de SUCESSOS que quero ter

Note que para calcular a esperança (valor esperado ou média) de uma variável aleatória binomial X, basta multiplicar o produto do número de ensaios pela probabilidade de sucesso, assim, temos:

$$n = 40.$$
$$p = 0,7.$$

Onde:

Assim, temos o seguinte cálculo:

$$E(X) = n \cdot p = 40 \cdot (0,7) = 28$$

Para calcular a variância da variável X, temos:

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) &= n \cdot p \cdot (1 - p) \\ \text{Var}(X) &= 40 \cdot (0,7) \cdot (1 - 0,7) = \\ \text{Var}(X) &= 28 \cdot (0,3) = 8,4 \end{aligned}$$

Assim, a esperança e a variância de X serão, respectivamente iguais a 28 e 8,4.

Portanto, a alternativa se encontra correta.

05 (INÉDITA|2024) O número de agentes que são convocados para uma operação especial segue uma distribuição de Poisson, com uma média de dois agentes por turno.

Portanto, a probabilidade de que a operação especial receba no máximo três agentes ao longo de dois turnos é igual a $\frac{71}{3} e^{-4}$

Resolução

Note que estamos diante de uma distribuição de Poisson, assim, temos:

Distribuição de Poisson:

LÂNGUIDA = MÉDIA = VARIÂNCIA

$$\lambda = E(X) = \text{Var}(X)$$

FUNÇÃO DE PROBABILIDADE:

$$P(k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}$$

Probabilidade de
chegar K pessoasNº Euler $\approx 2,7$

Veja que chegam em média 2 agentes por turno, ou seja, podemos esperar que em dois turnos cheguem em média 4 agentes.

Perceba que esse número de 4 agentes corresponde a um número esperado de de agentes que são convocados para uma operação especial por unidade de tempo, sendo que no caso desse exercício a unidade de tempo corresponde a 2 turnos. Assim:

$$\lambda = 4$$

Note que a distribuição de Poisson é expressa da seguinte maneira:

$$P(K, \lambda) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!} \text{ em que } \lambda = 4$$

Como queremos no máximo 3 agentes, devemos somar as probabilidades de chegarem a 0, 1, 2 ou 3 agentes. Veja:

$$\text{Probabilidade } (X \leq 3) = P(0) + P(1) + P(2) + P(3)$$

Assim, aplicando a fórmula de Poisson,

$$P(X \leq 3) = \frac{e^{-4} \cdot (4)^0}{0!} + \frac{e^{-4} \cdot (4)^1}{1!} + \frac{e^{-4} \cdot (4)^2}{2!} + \frac{e^{-4} \cdot (4)^3}{3!}$$

$$P(X \leq 3) = e^{-4} \left(\frac{(4)^0}{0!} + \frac{(4)^1}{1!} + \frac{(4)^2}{2!} + \frac{(4)^3}{3!} \right)$$

$$P(X \leq 3) = e^{-4} \left(\frac{1}{1} + \frac{4}{1} + \frac{16}{2} + \frac{64}{6} \right)$$

$$P(X \leq 3) = e^{-4} \left(\frac{6 + 24 + 48 + 64}{6} \right)$$

$$P(X \leq 3) = e^{-4} \left(\frac{142}{6} \right)$$

$$P(X \leq 3) = e^{-4} \left(\frac{71}{3} \right) = \frac{71}{3} e^{-4}$$

Portanto, a alternativa se encontra correta.

06 (INÉDITA|2024) Considerando que a central de denúncias de uma delegacia recebe, diariamente, uma quantidade X de relatos de ocorrências, sendo X uma variável aleatória discreta cuja função de distribuição de probabilidade assume a forma $P(X = K) = \frac{e^{-2} \cdot 2^k}{k!}$, na qual $K \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ e e é uma constante de normalização, julgue o item que se segue.

A central de denúncias dessa delegacia recebe, em média, duas ocorrências por dia.



Resolução

Note que estamos diante de uma distribuição de Poisson, assim, temos:

Veja que a banca fornece a distribuição de probabilidade assume a forma:

$$P(X = K) = \frac{e^{-2} \cdot 2^k}{k!}$$

Logo, podemos inferir que $\lambda = 2$.

Como relação à média e à variância da distribuição de Poisson, temos:

$$\lambda = E(X) = Var(X)$$

Dessa forma, temos que:

$$\lambda = E(X) = Var(X) = 2$$

Portanto, de fato a central de denúncias dessa delegacia recebe, em média, duas ocorrências por dia.

Portanto, a alternativa se encontra correta.

07 (INÉDITA | 2024) Suponha que uma variável aleatória X represente o número de tentativas necessárias até que um suspeito seja capturado durante uma investigação policial.

Se X segue uma distribuição geométrica com variância igual a $10/9$, a probabilidade de que o primeiro sucesso ocorra na segunda tentativa é de 24%.

Resolução

Note que estamos diante de uma distribuição geométrica, assim, temos:

Distribuição Geométrica:

- Probabilidade de ter " n " tentativas até obter o primeiro sucesso;
- Ao obter o primeiro sucesso, eu paro

$$P(X = n) = p \cdot (1 - p)^{n-1}$$

Probabilidade de " n " tentativas até o sucesso

$E(X) = \frac{1}{p}$	$Var(X) = \frac{(1 - p)}{p^2}$
----------------------	--------------------------------

De acordo com a banca a X segue uma distribuição geométrica com variância igual a 10/9, assim, temos:

$$Var(X) = \frac{1 - p}{p^2}$$

$$\frac{10}{9} = \frac{1 - p}{p^2}$$

$$10p^2 = 9 \cdot (1 - p)$$

$$10p^2 = 9 - 9p$$

$$10p^2 + 9p - 9 = 0$$

Note que estamos diante de uma equação de segundo grau, onde:

$$a = 10$$

$$b = 9$$

$$c = -9$$

Logo, aplicando-se a fórmula de Bhaskara:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (9)^2 - 4 * (10) * (-9) = 81 + 360 = 441$$

Calculando as raízes de p :

$$p = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(9) \pm \sqrt{441}}{2 \cdot (10)} = \frac{-9 \pm 21}{20} \left\{ \begin{array}{l} p_1 = \frac{12}{20} = 0,6 \\ p_2 = \frac{-30}{20} = -1,5 \end{array} \right.$$

Dessa forma, devemos desconsiderar a raiz negativa, logo o valor de $p = 0,6$.

Assim, aplicando a fórmula da probabilidade de o primeiro sucesso ocorrer no segundo ensaio, ou seja, $x = 2$, temos:

$$p(x = 2) = 0,6 \cdot (1 - 0,6)^{2-1}$$

$$p(x = 2) = 0,6 \cdot (0,4)^1$$

$$p(x = 2) = 0,6 \cdot (0,4)$$

$$p(x = 2) = 0,24 = 24\%$$

Portanto, a alternativa se encontra correta.

08 (INÉDITA|2024) Considerando que os especialistas em investigação criminal realizam sucessivos testes em laboratório até que ocorra o primeiro sucesso, onde cada tentativa tem uma probabilidade desconhecida p de sucesso. A variável aleatória X representa o número de tentativas necessárias para que o sucesso ocorra.

Se uma amostra de quatro realizações é obtida no laboratório, com os valores $\{5, 6, 8, 9\}$, então o estimador de máxima verossimilhança para p , baseado nessa amostra, corresponde a um valor maior que 0,15.

 Resolução

Note que estamos diante de uma distribuição geométrica, assim, temos:

Distribuição Geométrica:

- Probabilidade de ter "n" tentativas até obter o primeiro sucesso;
- Ao obter o primeiro sucesso, eu paro

$P(X = n) = p \cdot (1 - p)^{n-1}$

Probabilidade de "n" tentativas até o sucesso

$E(X) = \frac{1}{p}$	$Var(X) = \frac{(1 - p)}{p^2}$
----------------------	--------------------------------

Perceba que quando o examinador diz: "até que ocorra o primeiro sucesso", ele está querendo dizer que estamos diante de uma distribuição geométrica, logo, como ele solicita o estimador de máxima verossimilhança, ele está na verdade solicitando o valor correspondente a média. Veja:

$$E(x) = \frac{5 + 6 + 8 + 9}{4} = \frac{28}{4} = 7$$

Dessa forma, para encontrar o valor de p, ou seja, o valor da probabilidade, basta utilizara fórmula da média para uma distribuição geométrica, veja:

$$E(x) = \frac{1}{p}$$

$$7 = \frac{1}{p}$$

$$p = \frac{1}{7} \approx 0,143$$

Dessa forma, o estimador de máxima verossimilhança para p , baseado nessa amostra, corresponde a um valor **menor** que 0,15.

Portanto, a alternativa se encontra errada.

09 (INÉDITA | 2024) Um investigador policial observando dois suspeitos em uma mesa de jogonotou que: de um baralho de 52 cartas, foram retiradas 4 cartas sem reposição. Desta amostra de 4 cartas, duas eram damas.

O investigador, então, calculou a probabilidade deste experimento ter acontecido, utilizando a distribuição hipergeométrica e encontrou o seguinte resultado 0,025.

Resolução

Note que estamos diante de uma distribuição hipergeométrica, assim, temos:

Distribuição Hipergeométrica

1º) Ter uma População Grande "N" com casos que atendem e casos que não atendem;

2º) Seleciono uma quantidade de casos SEM reposição e quero saber a probabilidade de atender ou não → Probabilidade de ter "k" sucesso em "n" tentativas, a partir de uma população com tamanho "N" e que possua "K" sucessos, SEM reposição.

$$p = \frac{\text{Casos Favoráveis}}{\text{Total}}$$

$$\text{Média} = E(X) = n \frac{K}{N}$$

$$\text{Variância} = \text{Var}(X) = npq \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$$

$$P(X = K) = \frac{\binom{K}{k} \cdot \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

OU

$$P(X = K) = \frac{C_{K,k} \cdot C_{N-K,n-k}}{C_{N,n}}$$

Para calcular a probabilidade deste experimento ter acontecido, utilizando a distribuição hipergeométrica, temos a seguinte função de probabilidade:

$$P(X = K) = \frac{\binom{K}{k} \cdot \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}} = \frac{C_{K,k} \cdot C_{N-K,n-k}}{C_{N,n}}$$

Onde cada termo corresponde a:

$N = 52$ = número total de cartas (quantidade de damas no baralho)

$n = 4$ = número de elementos da nossa amostra

$K = 4$ = número de sucessos na população (quantidade de damas no baralho)

$k = 2$ = número de sucessos na amostra (obter duas damas na amostra)

Assim, temos:

$$P(X = 2) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{52-4}{4-2}}{\binom{52}{4}} = \frac{C_{4,2} \cdot C_{52-4, 4-2}}{C_{52,4}}$$

$$P(X = 2) = \frac{C_{4,2} \cdot C_{48,2}}{C_{52,4}}$$

$$P(X = 2) = \frac{\frac{4!}{2! \cdot (4-2)!} \cdot \frac{48!}{2! \cdot (48-2)!}}{\frac{52!}{4! \cdot (52-4)!}}$$

$$P(X = 2) = \frac{\frac{4!}{2! \cdot 2!} \cdot \frac{48!}{2! \cdot 46!}}{\frac{52!}{4! \cdot 48!}}$$

$$P(X = 2) = \frac{\frac{4 \cdot 3 \cdot 2!}{2 \cdot 1 \cdot 2!} \cdot \frac{48 \cdot 47 \cdot 46!}{2 \cdot 1 \cdot 44!}}{\frac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48!}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 48!}}$$

$$P(X = 2) = \frac{\frac{12 \cdot 2.256}{24}}{\frac{6.497.400}{24}} =$$

$$P(X = 2) = \frac{6 \cdot 1.128}{270.725} =$$

$$P(X = 2) = \frac{6.768}{270.725} \simeq 0,02499 \simeq 0,025$$

Portanto, a alternativa se encontra correta.

10 (INÉDITA|2024) Em uma investigação sobre veículos em uma determinada região, constatou-se que em uma população de 50 carros, 20 estão envolvidos em casos de furto ou roubo.

É correto afirmar que o valor do número esperado de carros furtados ou roubados em uma amostra aleatória de tamanho 20 retirada sem reposição da população corresponde a 8.

Resolução

Note que estamos diante de uma distribuição hipergeométrica. A distribuição hipergeométrica é apropriada aqui porque estamos selecionando uma amostra de tamanho fixo (20) sem reposição de uma população finita (50 carros) e estamos interessados na probabilidade de obter um certo número de sucessos (carros furtados ou roubados) dentro dessa amostra.

Distribuição Hipergeométrica

1º) Ter uma População Grande "N" com casos que atendem e casos que não atendem;

2º) Seleciono uma quantidade de casos SEM reposição e quero saber a probabilidade de atender ou não → Probabilidade de ter "k" sucesso em "n" tentativas, a partir de uma população com tamanho "N" e que possua "K" sucessos, SEM reposição.

$$p = \frac{\text{Casos Favoráveis}}{\text{Total}}$$

$$\text{Média} = E(X) = n \frac{K}{N}$$

$$\text{Variância} = \text{Var}(X) = npq \left(\frac{N-n}{N-1} \right)$$

$$P(X = K) = \frac{\binom{K}{k} \cdot \binom{N-K}{n-k}}{\binom{N}{n}}$$

OU

$$P(X = K) = \frac{C_{K,k} \cdot C_{N-K,n-k}}{C_{N,n}}$$

Assim, para calcular o valor mais próximo do **número esperado**, ou seja, a média de carros furtados ou roubados em uma amostra aleatória de tamanho 20 retirada sem reposição da população corresponde a:

$$\text{Média} = E(X) = n \frac{K}{N}$$

Onde cada termo corresponde a:

$N = 50$ = número total de elementos (total de carros)

$n = 20$ = número de elementos da nossa amostra

$K = 20$ = número de sucessos na população (casos de furto/roubo)

Assim, temos o seguinte cálculo:

$$\text{Média} = E(X) = n \frac{K}{N} = 20 \cdot \frac{20}{50} =$$

$$E(X) = 20 \cdot \frac{2}{5}$$

$$E(X) = 20 \cdot (0,4) = 8$$

Portanto, de fato é correto afirmar que o valor do número esperado de carros furtados ou roubados em uma amostra aleatória de tamanho 20 retirada sem reposição da população corresponde a 8.

Portanto, a alternativa se encontra correta.

Questão	Gabarito
1	E
2	E
3	C
4	C
5	C
6	C
7	C
8	E
9	C
10	C



CONCURSEIRO QUE PRETENDE SER POLICIAL NÃO FAZ RATEIO

Todo o material desta apostila (textos e imagens) está protegido por direitos autorais do Profissão Policial Concursos de acordo com a Lei 9.610/1998. Será proibida toda forma de cópia, plágio, reprodução ou qualquer outra forma de uso, não autorizada expressamente, seja ela onerosa ou não, sujeitando-se o transgressor às penalidades previstas civil e criminalmente.