PROFISSÃO POLICIAL

Raciocínio Lógico

Professor Harisson Davi

Raciocínio Lógico
Professor Harisson Davi

Sumário

1 PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS (P.G.) 2

1.1 TIPOS DE PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS 2
1.2 FÓRMULA DO TERMO GERAL 3
1.3 RELAÇÕES IMPORTANTES 4
1.4 INTERPOLAÇÃO GEOMÉTRICA 5
1.5 SOMA DOS “n” PRIMEIROS TERMOS DE UMA P.G. 5
1.6 SOMA DOS TERMOS DE UMA P.G. INFINITA 6
1.7 PRODUTO DOS “n” PRIMEIROS TERMOS DE UMA P.G. 6

2 QUESTÕES DE PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS 7

3 GABARITO 13

PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS

1 PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS (P.G.)

Definimos como progressão geométrica (P.G.) toda sequência onde cada termo é igual ao produto do seu antecessor por uma constante "$\boldsymbol{q}$", chamada de razão da progressão.

Por exemplo, na sequência $(a_n) = (1, 2, 4, 8, 16, \dots)$ cada termo a_n, com $n \geq 2$, é o produto do termo a_{n-1} por dois, logo neste caso temos uma P.G. de razão 2.

Observe também que de maneira geral em uma P.G. vale que:

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{a_3}{a_2} = \cdots = \frac{a_n}{a_{n-1}} = q$$

1.1 Tipos de Progressões Geométricas

- **Crescente:**

➢ 1° caso: $a_1 > 0$ e $q > 1$.

Ex.:$(1, 3, 9, 27, \dots.)$

➢ 2° caso: $a_1 < 0$ e $0 < q < 1$.

Ex.: $\left(-2, -1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}, \dots\right)$

- **Decrescente:**

➢ 1° caso: $a_1 > 0$ e $0 < q < 1$.

Ex.:$\left(\frac{3}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots\right)$

➢ 2° caso: $a_1 < 0$ e $q > 1$

Ex.:$(-10, -30, -90, -270, \ldots)$

- **Oscilante ou alternante:**

➢ $a_1 \neq 0$ e $q < 0$.

Ex.:$(-2, 6, -12, 36, \ldots)$

- **Constante:**

➢ $a_1 = 0$ ou $q = 1$ (estacionária).

Exs.:$(0, 0, 0, \ldots)$ e $(5, 5, 5, \ldots)$

1.2 Fórmula do Termo Geral

Seja (a_n), com $n \in \mathbb{N}$, a P.G., logo:

$$a_n = a_1 . q^{n-1}$$

Ex.: 1) Calcule o sétimo termo da P.G. $(1, 2, 4, 8, \dots)$.

Solução: Note que $a_1 = 1$ e $q = 2$. Logo temos que

$$\Rightarrow a_7 = a_1 . q^{7-1}$$

$\Rightarrow a_7 = 1.2^6 = 64.$

1.3 Relações Importantes

- $\frac{a_m}{a_n} = q^{m-n}, \forall\, m, n \in \mathbb{N}^*$

Ex.: Sabendo que $a_3 = 2$ e $a_5 = 8$ são termos de uma mesma P.G. **alternante**, calcule a razão.
Solução: $q^2 = q^{5-3} = \frac{a_5}{a_3} = \frac{8}{2} = 4 \Leftrightarrow q = \pm 2$
Como (a_n) é alternante, logo $q = -2$.

- O produto de termos equidistantes dos extremos é constante, isto é, em uma P.G. com $2n$ termos vale que

$$a_1 . a_{2n} = a_2 . a_{2n-1} = \cdots = a_n . a_{n+1}$$

Analogamente se a P.G. possui um número de termos igual a $2n + 1$, vale que

$$a_1 . a_{2n+1} = a_2 . a_{2n} = \cdots = a_n . a_{n+2} = (a_{n+1})^2$$

Ex.: Sabe-se que uma P.G. possui 7 termos, encontre o termo central sabendo que o primeiro e o último termo são 3 e 192, respectivamente.

- $\boldsymbol{m + n = i + j \Leftrightarrow a_m . a_n = a_i . a_j}$

Ex.: Calcule o segundo termo de uma P.G. cujo $a_8 = 4$ e $a_3 . a_7 = 28$.

Ex.: $2 + 8 = 3 + 7 \Leftrightarrow a_2 . a_8 = a_3 . a_7$

$$\Rightarrow 4a_2 = 28 \Leftrightarrow a_2 = 7$$

1.4 Interpolação Geométrica

Chamamos de interpolação geométrica o ato de inserir termos entre dois números de modo a transformar essa sequência numérica em uma P.G. de razão $q = \sqrt[k+1]{\frac{a_n}{a_1}}$, onde k é quantidade de meios que serão inseridos.

Ex.: Interpole três meios geométricos entre 3 e 48, de modo que a P.G. seja crescente.

Solução: $q = \sqrt[3+1]{\frac{a_5}{a_1}} = \sqrt[4]{\frac{48}{3}} = \sqrt[4]{16} = \pm 2$

$$\Rightarrow q = 2\ (crescente)$$
$$\Rightarrow Logo\ a\ sequência\ citada\ é\ (3, 6, 12, 24, 48)$$

1.5 Soma dos "n" primeiros termos de uma P.G.

Para $q \neq 1$, temos:

$$S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = \frac{a_1 . (q^n - 1)}{q - 1} = \frac{a_1 . (1 - q^n)}{1 - q}$$

Ex.: Calcule a soma dos 6 primeiros termos da PG. $(1, 2, \ldots)$.
Solução: $q = \frac{2}{1} = 2$

$$\Rightarrow S_n = \frac{a_1.(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{1.(2^6 - 1)}{2 - 1} = 63$$

Obs.: Se a razão da P.G. vale **um**, a soma dos n termos vale: $\boldsymbol{n.a_1}$.

1.6 Soma dos termos de uma P.G. infinita

Se $|q| < 1$ e $q \neq 0$, a soma dos termos de uma progressão geométrica infinita é expressa por:

$$S_\infty = a_1 + a_2 + \cdots = \frac{a_1}{1 - q}$$

Ex.: Calcular a soma dos termos da P.G. $(9, 3, 1, \dots)$.

Solução: $\Rightarrow q = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

$\Rightarrow S_\infty = \frac{a_1}{1-q} = \frac{9}{1-\frac{1}{3}} = \frac{9}{\frac{2}{3}} = \frac{27}{2}$.

1.7 Produto dos "n" primeiros termos de uma P.G.

$$P_n = \sqrt{(a_1.a_n)^n}$$

$$ou$$

$$P_n = a_1^n.q^{\frac{n.(n-1)}{2}}$$

Ex.:Qual o produto dos seis primeiros termos da P.G. $(5, 25, 125, \dots)$.

Solução:$\Rightarrow P_n = a_1^n.q^{\frac{n.(n-1)}{2}} = 5^6.5^{\frac{6.(6-1)}{2}} = 5^{21}$

2 QUESTÕES DE PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS

1) Escrever os cinco primeiros termos de uma P.G. cujo 1° termo é 3 e a razão 1/3.

2) Determine:

a) O nono termo da P.G. $(1, 2, 4, 8, \ldots)$.

b) O primeiro termo da progressão geométrica cujo oitavo termo é 729, sabendo-se que a razão é 3.

c) A razão de uma P.G. com 4 termos cujos extremos são 1 e 64.

3) Interpole:

a) Três meios geométrico entre 2 e 162.

b) Quatro meios geométricos entre 3 e 96.

4) Calcule a soma :

a) Dos cinco primeiros termos da P.G. $\left(\frac{1}{25}, \frac{1}{5}, 1, \dots\right)$.

b) Dos sete primeiros termos da P.G. $(4, 4\sqrt{2}, 8, 8\sqrt{2}, \dots)$.

c) Dos termos da progressão geométricas $\left(2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots\right)$

d) Dos termos da progressão geométricas $\left(9, -3, 1, -\frac{1}{3}, \dots\right)$

---

5) Faça o que se pede

a) Encontre o produto dos termos da P.G.
$\left(\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \dots, 8, 16, 32\right)$.

b)Determine o produto dos 7 primeiros termos da P.G. $\left(\frac{1}{81}, \frac{1}{9}, 1, \dots\right)$.

---

6) Se a sequência $(x, 3x + 2, 10x + 12)$ é uma P.G. de termos não nulos, então x² é:

a) 1 b) 4 c) 9 d) 16

---

7) A soma dos n primeiros termos da P.G. $(1, -2, 4, -8, \dots)$ é – 85. Logo, n é:

a) 8 b) 10 c) 12 d) 14

---

8) A soma dos infinitos termos da P.G. $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \dots\right)$ é:

a) $\frac{3}{2}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ d) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

---

9) O 4° termo de uma P.G. é – 80 e o 6° termo é – 320 . Se essa P.G. é alternante, então sua razão é:

a) 4 b) 3 c) – 1 d) – 2

---

10) Quatro números naturais formam uma P.G. crescente. Se a soma dos dois primeiros números é 12, e a dos dois últimos é 300, a razão da P.G. é:

a) 7 b) 5 c) 4 d) 2

---

11) Na progressão geométrica onde o primeiro termo é m^3, o último é $\left(-m^{21}\right)$ e a razão é $\left(-m^2\right)$, o número de termos é:

a) 8. b) 9. c) 11. d) 10.

---

12) Sejam as sequências $s_1 = (1, 5, 25, 125, \ldots)$ e $s_2 = (4, 7, 10, 13, \ldots)$. A razâo entre o 6° termo de s_1 e o 8° de s_2 é:

a) 150
b) 125
c) 100
d) 75

13) A solução da equação $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + \cdots = 2$ **é**

a) $\frac{3}{2}$

b) $\frac{1}{2}$

c) -1

d) indeterminada

14) A soma $1+2+2^2+2^3+...+2^{999}+2^{1000}$ **é igual a**

a) $2^{1000}-1$

b) $2^{1001}-1$

c) $2^{1000}+1$

d) $2^{1001}+1$

15) A solução da equação $(3+\sqrt{3})y = 1 + \frac{\sqrt{3}-1}{2} + \frac{2-\sqrt{3}}{2} + \frac{3\sqrt{3}-5}{4} + \cdots$ **é**

A) 1

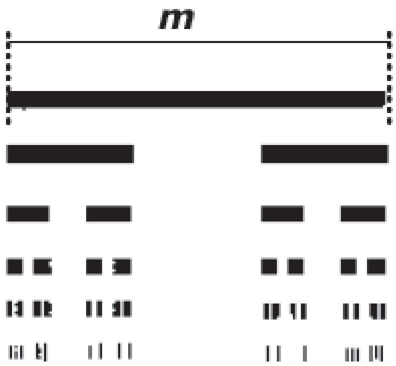
B) 1/3

C) $\sqrt{3}$

D) $2\sqrt{3}$

E) 3

16) Um fractal é um objeto geométrico que pode ser dividido em partes, cada uma das quais semelhantes ao objeto original. Em muitos casos, um fractal é gerado pela repetição indefinida de um padrão. A figura abaixo segue esse princípio. Para construí-la, inicia-se com uma faixa de comprimento m na primeira linha. Para obter a segunda linha, uma faixa de comprimento m é dividida em três partes congruentes, suprimindo-se a parte do meio. Procede-se de maneira análoga para a obtenção das demais linhas, conforme indicado na figura.



Se, partindo de uma faixa de comprimento m, esse procedimento for efetuado infinitas vezes, a soma das medidas dos comprimentos de todas as faixas é

a) 3m b) 4m c) 5m
d) 6m e) 7m

17) O valor de x que satisfaz a equação $x + \frac{2x}{3} + \frac{4x}{9} + \frac{8x}{27} + \cdots = 243$, em que o primeiro membro é uma P.G. infinita, é

a) 27 b) 30 c)60
d) 81 e)91

18) Uma PA cujo primeiro termo é zero e uma PG cujo primeiro termo é 1 possuem uma mesma razão. O nono da PG é igual ao quadrado do nono termo da PA.

a) A razão comum pode ser -2.
b) A razão comum pode é -1.
c) A razão comum -1.
d) Não existem as duas progressões.

3 GABARITO

1) (3,1,1/3,1/9,1/27)
2) a) $a_9 = 256$, b) $a_1 = 1/3$, c) $q = 4$
3) a) (2,6,18,54,162), b) (6,12,24,48,96)
4) a)781/25; b) $14 + 6\sqrt{2}$; c) 4; d) 27/4
5) a)9; b) 2187
6) b
7) a
8) d
9) d
10) b
11) d
12) b
13) b
14) b
15) c
16) a
17) d
18) a

PROFISSÃO POLICIAL

CONCURSEIRO QUE PRETENDE SER POLICIAL NÃO FAZ RATEIO