PROFISSÃO POLICIAL

Física

Professor Alexandre Monteiro

Física
Professor Alexandre Monteiro

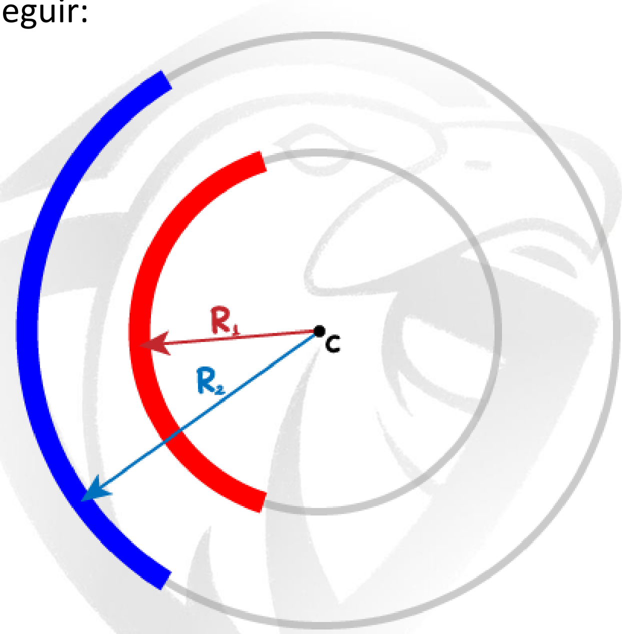
Sumário

CINEMÁTICA CURVILÍNEA

1 CONCEITO INICIAIS DA CINEMÁTICA CURVILÍNEA

Nesta parte da Cinemática, a descrição do movimento envolverá curvas, que são caracterizadas por raios de trajetória. Toda curva tem um raio de trajetória e quanto **menor** for o raio mais **fechada** será a curva e, consequentemente, quanto **maior** for o raio, mais **aberta** será a curva.

Observe a figura a seguir:



Perceba que temos duas curvas com o mesmo centro de trajetória curvilínea (C). A curva de vermelho tem raio R_1 e a de azul tem raio R_2. É notório que o R_1 é menor que o R_2, ou seja, a curva de vermelho é mais fechada que a curva de azul. Podemos dizer também que a curva de azul é mais aberta que a curva de vermelho.

Esta comparação de duas curvas é uma abordagem comum em questões de concurso. Esses e outros detalhes também são mencionados em provas. Pouco a pouco vamos aprendendo cada termo utilizado na análise.

Este assunto de Cinemática Curvilínea não é intuitivo e isso torna o assunto complicado para entender. Tem muitos termos que não são comuns no nosso dia-a-dia.

Diante disso, leia esta aula com muita atenção e tenha paciência para absorver as ideais que serão aqui expostas. Vai dar certo! Vamos juntos!!!

1.1 MCU e MCUV

Na Cinemática Retilínea, nós estudamos sobre o MRU e MRUV. Observamos que no MRU a velocidade é constante e a aceleração nula. Já no MRUV, a velocidade varia e a aceleração é constante e diferente de zero. Agora, vamos fazer a mesma análise para a Cinemática Curvilínea.

O Movimento Circular Uniforme (MCU) é parecido com o MRU o qual tem módulo da velocidade constante (atenção aqui, pois é apenas o módulo da velocidade). Já o Movimento Circular Uniformemente Variado (MCUV) é parecido com o MRUV o qual tem módulo da velocidade variável. No entanto, temos que acrescentar alguns detalhes para que essa análise esteja completa:

- no MCU, o módulo da velocidade linear (ou escalar) é constante e a aceleração não é nula.

A velocidade linear tem módulo constante, mas direção e sentido variam durante a trajetória curvilínea devido a aceleração **centrípeta** que sempre vai existir na curva (essa "aceleração centrípeta" será estudada daqui a pouco ainda nessa aula). No entanto, a **aceleração tangencial** será nula. Essas duas acelerações irão compor a **aceleração resultante** do movimento.

- no MCUV, o módulo da velocidade linear (ou escalar) varia e a aceleração não é nula.

Agora faz mais sentido dizer que temos um módulo de velocidade variando devido a uma aceleração diferente de zero, pois é isso que define a aceleração (ela varia a velocidade com o tempo). Dessa vez, tanto a aceleração centrípeta quanto a tangencial serão diferentes de zero. A aceleração é responsável pelo movimento em curva (como se fosse o volante do carro) e a aceleração centrípeta é quem irá alterar o valor da velocidade para mais ou para menos (como se fosse um pedal do acelerador e o do freio). A aceleração resultante (que é geralmente citada em questões como "aceleração" ou "aceleração vetorial") é a soma vetorial da aceleração centrípeta e a tangencial (na próxima vamos explicar melhor como essa soma acontece).

Vamos ver algumas questões que mostram como isso cai em provas:

Questão de Entendimento:

01 (IDECAN|2019|IF-PB)

Diversos são os eixos de movimento de um corpo. Um corpo pode se movimentar em uma direção, em duas ou em três direções. O movimento circular é um exemplo de um movimento de uma partícula que se move em duas direções. Esse movimento pode ser chamado de "Movimento Circular Uniforme". Esse termo é utilizado na situação em que

a) a aceleração é zero.
b) a velocidade vetorial é constante.
c) o movimento se dá apenas em um eixo.
d) o módulo do vetor velocidade é constante.
e) a aceleração centrípeta aponta para dentro do movimento circular.

Resolução

Vamos comentar item por item.

a) a aceleração é zero.

A aceleração não é igual a zero. Lembre-se que pelo simples fato que estar em uma curva, sempre vai existir uma aceleração, pelo menos a aceleração centrípeta. Se for MCU, teremos somente a aceleração. Se for MCUV, teremos aceleração centrípeta e tangencial. Item errado.

b) a velocidade vetorial é constante.

A velocidade vetorial na curva nunca será constante, pois a direção e o sentido do vetor alteram-se com o tempo. Se for MCU, o módulo da velocidade será constante. Se for MCUV, o módulo da velocidade irá variar com o tempo. Item errado.

c) o movimento se dá apenas em um eixo.

O termo eixo que a questão se refere é o eixo de movimento. O próprio enunciado diz que há dois eixos de movimento para o movimento circular. Esses eixos de movimento podem ser compreendidos como um plano 2D (duas dimensões) formado pelo movimento circular, enquanto que no movimento retilíneo tem-se apenas uma reta ou linha 1D (uma dimensão).

Existe também o eixo de rotação para um movimento circular que é apenas um. Porém, pelo contexto do enunciado, a questão não se refere a isso. O eixo de rotação é caracterizado pelo centro da curva (aquele ponto preto no centro do círculo que é a partir dele que acontece o giro). Item errado.

d) o módulo do vetor velocidade é constante.

Como já comentado na alternativa (b): Se for MCU, o módulo da velocidade será constante. Se for MCUV, o módulo da velocidade irá variar com o tempo. Item correto.

e) a aceleração centrípeta aponta para dentro do movimento circular.

A aceleração centrípeta aponta para o centro da trajetória curvilínea. Podemos até dizer que de certa forma a aceleração centrípeta aponta para dentro do movimento circular, mas a colocação não ficou muito bem explicada. Então não é o melhor item para a nossa resposta. Item errado.

Gabarito: **Letra B**.

2 PARÂMETROS ANGULARES E LINEARES

Quando estamos descrevendo um movimento em linha reta (movimento retilíneo), nós analisamos sobre espaço ($\boldsymbol{s}$), velocidade ($\boldsymbol{v}$) e aceleração ($\boldsymbol{a}$). Esses são os parâmetros lineares. Nós também temos os parâmetros angulares quando estamos analisando o movimento na curva (movimento curvilíneo) que são espaço angular ($\boldsymbol{\varphi}$), velocidade angular ($\boldsymbol{\omega}$) e aceleração angular ($\boldsymbol{\alpha}$).

É bom deixar claro desde já que no movimento em linha reta não há que se falar sobre os parâmetros angulares, mas sim apenas os lineares. No entanto, em uma curva, nós podemos falar tanto sobre os parâmetros lineares como também dos angulares. Observaremos isso em questões.

Inicialmente, vamos compreender sobre cada um dos parâmetros angulares e depois comparar com os parâmetros lineares, ok?

2.1 Parâmetros Angulares:

O **espaço angular ($\boldsymbol{\varphi}$)** pode ser associado com o ângulo formado entre o início e o final do movimento curvilíneo analisado. Esse movimento tem um certo tempo de duração.

A razão entre o espaço angular e o tempo é a definição sobre a **velocidade angular (ω)**:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Já a **aceleração angular (α)**, por sua vez e não menos importante, é definida pela variação do espaço angular sobre o tempo decorrido.

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

As fórmulas são as seguintes:

	Símbolo	Fórmula	Definição	Unidade
Espaço angular	φ	Não há uma fórmula própria, mas sim uma medida do ângulo percorrido.	É o ângulo percorrido pelo móvel durante a trajetória curvilínea.	Graus (°) Radianos (rad) Rotações
Velocidade angular	ω	$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$	É a variação do espaço angular com o tempo.	Radianos por segundo (rad/s) Rotações por minuto (rpm)
Aceleração angular	α	$\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$	É a variação da velocidade angular com o tempo.	Radianos por segundo ao quadrado (rad/s^2)

Em questões, basta você saber o ângulo percorrido pelo móvel e calcular sobre a velocidade angular.

O cálculo da aceleração angular é menos frequente em provas. Ela é somente uma avaliação quanto a variação da velocidade angular durante o movimento, o qual deve ser fornecido pelo enunciado.

Você sabia que os parâmetros angulares são vetores assim como os parâmetros lineares? Sim, exatamente isso. Os parâmetros angulares também são vetores e possuem módulo, direção e sentido. Todavia, esse estudo é um tanto aprofundado e aparece pouco em provas (seria mais adequado para os cargos de professor, engenheiro ou área mais específicas). Sabemos como o Cebraspe vem sendo exigente nas provas para PRF, então, por desencargo de consciência, apresentaremos no último tópico dessa aula 7 uma explanação bem teórica e básica sobre os vetores angulares. Mas, agora, vamos seguir com os conceitos básicos que é o mais importante para agora.

2.2 Comparação dos parâmetros angulares com os lineares

Essa comparação ocorre por meio de fórmulas que são utilizadas para descobrir um parâmetro em relação ao outro. Entenda: a questão inicialmente fornece informações sobre um certo parâmetro angular no enunciado e, na questão, ela pede para que você responda sobre um parâmetro linear. Para descobrir isso, teremos que fazer manipulações matemáticas.

Vamos com calma. Pouco a pouco você vai aprender isso. Primeiramente, colocando lado a lado os respectivos parâmetros lineares e angulares, temos a seguinte transformação:

	Parâmetro Linear	Parâmetro Angular	Relação (transformação de um parâmetro para encontrar o outro)
Espaço angular	s	φ	$s = \varphi \cdot \boldsymbol{R}$
Velocidade angular	v	ω	$v = \omega \cdot \boldsymbol{R}$
Aceleração angular	a	α	$a = \alpha \cdot \boldsymbol{R}$

Veja que a relação é basicamente feita multiplicando o parâmetro angular pelo o raio e igualando com o respectivo parâmetro linear. Isso é bem fácil de ser decorado, não é mesmo!?

Aqui vale uma observação importante: a questão pode não mencionar especificamente o valor do raio (R), mas sim do diâmetro ($\boldsymbol{D}$). Mas basta saber que o diâmetro é igual ao dobro do raio ($\boldsymbol{D} = \boldsymbol{2R}$). Dessa forma, se a questão fornecer valores sobre o diâmetro, basta dividir os valores por dois que você encontrará os valores dos raios ($R = \frac{D}{2}$).

Questão de Entendimento:

02 (UECE|2019)

Considere um carrinho sobre trilhos em uma trajetória circular, como em um brinquedo de parque de diversões. Por questões de segurança, foi necessário duplicar o raio da trajetória sem que haja mudança na velocidade linear do carrinho. Para isso, a velocidade angular do móvel deve.

a) dobrar de valor.
b) ser reduzida à metade.
c) manter-se constante.
d) quadruplicar.

Resolução

A relação da velocidade linear (v) com a velocidade angular (ω) é por $v = \omega \cdot \boldsymbol{R}$. A questão diz que o raio é duplicado, mas sem mudar a velocidade linear (v).

$$v_1 = \omega_1 R_1 \rightarrow \text{condição inicial}$$

Mantém a velocidade linear

duplica o raio

$$v_1 \qquad 2R_1$$

$$v_1 = \omega_2 \cdot 2R_1 \rightarrow \text{condição final}$$

Sabendo a condição inicial (indicado por 1) e final (indicado por 2), podemos isolar os respectivos valores das velocidades angulares (ω) e compará-los.

$$v_1 = \omega_1 R_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{v_1}{R_1}$$

$$v_1 = \omega_2 \cdot 2R_1 \Rightarrow \omega_2 = \frac{v_1}{2 \cdot R_1}$$

Agora, podemos perceber que um será a metade do outro:

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{2}$$

Diante disso, a velocidade angular (ω) do móvel deve reduzir à metade.

Gabarito: Letra B.

3 VELOCIDADE ANGULAR

A velocidade angular ($\boldsymbol{\omega}$) também pode ser chamada de frequência angular e ela define o ritmo do movimento curvilíneo. Ela também pode aparecer nos enunciados somente como frequência, mas é possível de perceber que é sobre $\boldsymbol{\omega}$ pelo contexto ou pela unidade apresentada.

$$v = \omega \cdot \boldsymbol{R}$$

É importante saber a unidade da $\boldsymbol{\omega}$. Pela definição, sabemos que é algo relacionado com a variação do espaço angular (medida de ângulo) pelo tempo (medida de tempo).

		Pode ser...	Também pode ser ...	Mas o padrão é utilizar:
Variação do Espaço angular	⇨ **Medida de ângulo** ⇨	Graus (°) ⇨	Rotações ⇨	Radianos (rad) ou "pi radianos (π rad)
Tempo decorrido	⇨ **Medida de tempo** ⇨	Horas ⇨	Minuto ⇨	Segundos (s)

A transformação da unidade do ângulo percorrido pode ser feita por **Regra de Três Simples** utilizando a seguinte associação de valores:

GRAUS		ROTAÇÕES		RADIANOS
180°	=	0,5	=	π
360°	=	1	=	2π

A velocidade angular tem a unidade padrão em rad/s ou π rad/s. Também pode aparecer na questão a unidade RPM (rotações por minuto). A transformação de um para o outro é saber que uma rotação completa equivale a 360º e que 1 minuto equivale a 60 segundos.

4 FREQUÊNCIA E PERÍODO

A frequência propriamente dita tem definição e unidade diferentes da frequência angular (velocidade angular). O período é uma outra definição também importante de saber.

A velocidade angular (**ω**), a frequência (**f**) e o período (**T**) possuem a seguinte relação por fórmulas:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

A tabela a seguir pode te ajudar a conhecer o tratamento para cada parâmetro durante as questões:

	Símbolo	Fórmula	Definição	Unidade
Frequência	f	$f = \frac{1}{T}$ ou $f = \frac{\omega}{2\pi}$	É o número de eventos repetitivos que ocorre em um determinado tempo em segundos.	s^{-1} (inverso de segundos) ou Hz (Hertz)
Velocidade angular	ω	$\omega = 2\pi f$ ou $\omega = \frac{2\pi}{T}$	É a variação do espaço angular com o tempo.	Radianos por segundos (rad/s) Rotações por minuto (rpm)
Período	T	$T = \frac{1}{f}$ ou $T = \frac{2\pi}{\omega}$	É o tempo mínimo para que um evento repetitivo volte a ocorrer novamente.	s (segundos)

Podemos tomar como exemplo a expressão a situação de uma questão da banca Cebraspe em que comentava sobre um ciclista que dava “duas pedaladas por segundo”. Essa informação pode ser interpretada para cada um dos três parâmetros comentados na tabela a cima.

Para a frequência (f): A definição é “o número de eventos repetitivos que ocorre em um determinado tempo”. O evento repetitivo é a pedalada. Temos, portanto, dois eventos repetitivos a cada um segundo que passa. Diante disso, podemos expressar que:

$$f = \frac{n^{\circ}\ de\ eventos\ repetitivos}{tempo\ decorrido} = \frac{2}{1\ segundo} = 2\ Hz$$

Para a velocidade angular (ω): A definição é “a variação do espaço angular com o tempo”. O espaço angular percorrido é o número de voltas que uma pedalada representa. Considerando que uma pedalada é uma volta completa, temos que diante das duas pedaladas teremos 2 voltas completas.

Se cada volta equivale a 2π radianos, então duas voltas são 4π rad. Diante disso, a velocidade angular pode ser expressa por:

$$\omega = \frac{variação\ do\ espaço\ angular}{tempo} = \frac{4\pi}{1\ segundo} = 4\pi\ rad/s$$

Para o período (T): A definição é “o tempo mínimo para que um evento repetitivo volte a ocorrer novamente”. Se dois eventos repetitivos (a pedalada) ocorrem em 1 segundo, então uma pedalada ocorrerá em metade de um segundo, ou seja, em 0,5 segundo.

$$T = tempo\ mínimo = 0{,}5\ s$$

Questão de Entendimento:

03 (FUMARC|2018)

A “Mirage” é a maior roda gigante do Brasil e a segunda maior da América latina. Localizada no parque Guanabara da capital mineira, ela possui uma altura de 37 metros: aproximadamente igual ao tamanho de um prédio de 12 andares.

Considerando o diâmetro da roda gigante igual a 37 metros e sabendo que ela demora 2,0 minutos para completar 1 volta, pode-se afirmar que a frequência da “Mirage” é.

a) 0,5 Hz
b) 0,5 rpm
c) ¼ Hz
d) 2,0 Hz
e) 2,0 rpm

Resolução

A questão quer a frequência que pode ser calculada por:

$$f = \frac{\text{nº de eventos}}{\text{tempo}}$$

Sabendo que a roda gigante demora 2 minutos para completar 1 volta:

$$f = \frac{1 \text{ voltas}}{2 \text{ minutos}}$$

Diante disso, já temos a resposta de 0,5 rotação por minuto (0,5 rpm).

$$f = \frac{1 \text{ voltas}}{2 \text{ minutos}} = \frac{1}{2} \frac{\text{rotação}}{\text{minuto}}$$

Gabarito: Letra B

5 LIGAÇÃO POR EIXO E LIGAÇÃO POR CORRENTE

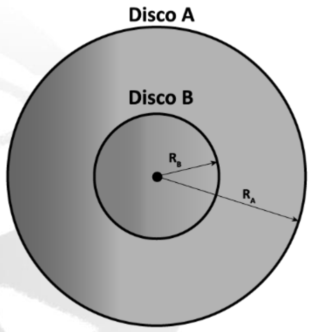
As ligações por eixo e por corrente são importantíssimas. É um tipo de questão que pode vir com uma figura assustadora e que muita gente não vai querer enfrentar.

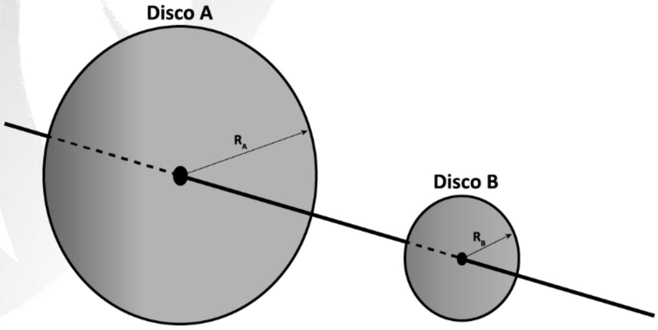
As questões têm boas manipulações matemáticas. Muitos candidatos perdem pontos na prova por não saberem ou não terem fixado na mente as relações existentes para cada caso.

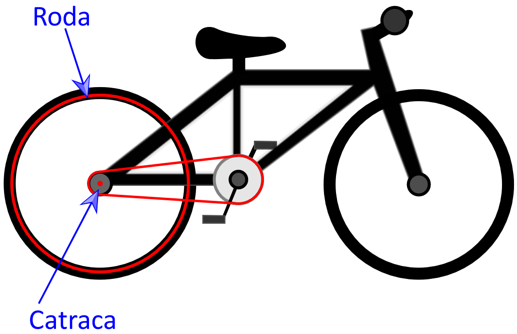
Diante disso, pratique as questões e ponha em prática os esquemas teóricos que vamos tratar a seguir.

5.1 Ligação por eixo:

Nessa situação, conforme descrita na figura ao lado, os discos A e B com tamanhos diferentes estão conectados por eixo. As velocidades angulares dos dois discos serão iguais ($\omega_A = \omega_B$). Como ambos possuem raios diferentes ($R_A > R_B$), as velocidades lineares serão distintas ($v_A \neq v_B$). Essa distinção é diretamente proporcional aos respectivos raios, ou seja, o disco com raio maior terá velocidade linear maior e vice-versa ($R_A > R_B$, então $v_A > v_B$). A figura ao lado mostra as duas situações em que há ligação ou associação de dois discos por eixo. Em questões de prova, podemos ter aplicação disso na bicicleta com a ligação entre a roda e a catraca.

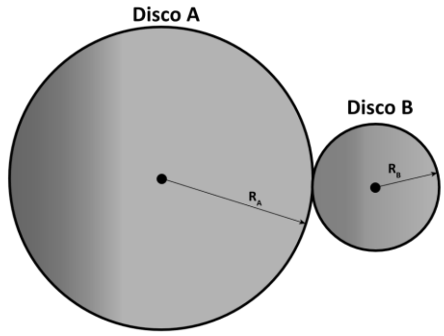


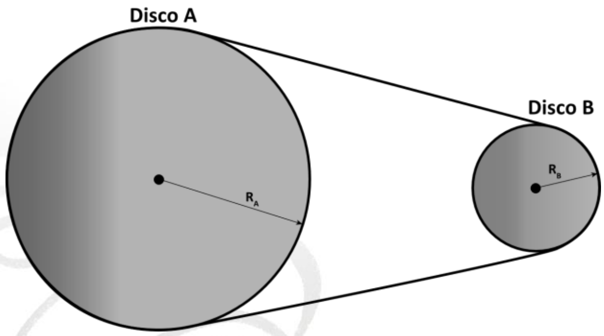


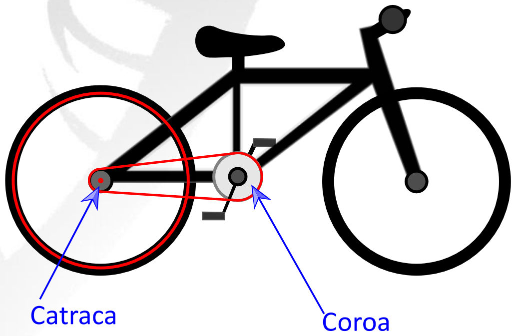


5.2 Ligação por corrente:

Nessa situação, conforme descrita na figura, os discos A e B com tamanhos diferentes estão conectados por corrente. As velocidades lineares dos dois discos serão iguais ($v_A = v_B$). Como ambos possuem raios diferentes ($R_A > R_B$), as velocidades angulares serão distintas ($\omega_A \neq \omega_B$). Essa distinção é inversamente proporcional aos respectivos raios, ou seja, o disco com raio maior terá velocidade angular menor e vice-versa ($R_A > R_B$, então $\omega_A < \omega_B$). A figura mostra as duas situações em que há ligação ou associação de dois discos por corrente. Em questões de prova, podemos ter aplicação disso na bicicleta com a ligação entre a catraca e a coroa.







Em resumo, segue a tabela abaixo considerando que o $R_A \neq R_B$.

	Velocidade Linear	Velocidade Angular	Exemplo
Ligação por eixo	Se $R_A > R_B$, então $v_A > v_B$	$\omega_A = \omega_B$	Ligação na bicicleta entre roda e catraca.
Ligação por corrente	$v_A = v_B$	Se $R_A > R_B$, então $\omega_A < \omega_B$	Ligação na bicicleta entre catraca e coroa.

Questão de Entendimento:

04 (CEBRASPE|2019)

Considere um carrinho sobre trilhos em uma trajetória circular, como em um brinquedo de parque de diversões. Por questões de segurança, foi necessário duplicar o raio da trajetória sem que haja mudança na velocidade linear do carrinho. Para isso, a velocidade angular do móvel deve.

a) dobrar de valor.
b) ser reduzida à metade.
c) manter-se constante.
d) quadruplicar.

Resolução

A relação da velocidade linear (v) com a velocidade angular (ω) é por $v = \omega \cdot \boldsymbol{R}$. A questão diz que o raio é duplicado, mas sem mudar a velocidade linear (v).

$$v_1 = \omega_1 R_1$$ → condição inicial

Mantém a velocidade linear: $v_1 \rightarrow v_1$

duplica o raio: $R_1 \rightarrow 2R_1$

$$v_1 = \omega_2 \cdot 2R_1$$ → condição final

Sabendo a condição inicial (indicado por 1) e final (indicado por 2), podemos isolar os respectivos valores das velocidades angulares (ω) e compará-los.

$$v_1 = \omega_1 R_1 \Rightarrow \omega_1 = \frac{v_1}{R_1}$$

$$v_1 = \omega_2 \cdot 2R_1 \Rightarrow \omega_2 = \frac{v_1}{2 \cdot R_1}$$

Agora, podemos perceber que um será a metade do outro:

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{2}$$

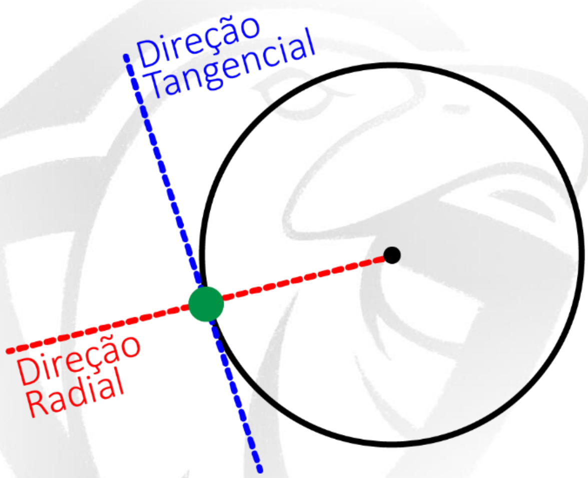
Diante disso, a velocidade angular (ω) do móvel deve reduzir à metade.

Gabarito: Letra B.

6 ACELERAÇÃO CENTRÍPETA E TANGENCIAL

Agora, vamos falar de um outro aspecto de análise sobre o movimento curvilíneo. O movimento de um corpo em curva pode ser avaliado com base em duas componentes da aceleração resultante que são: (1) Aceleração centrípeta - a_{cp} e (2) Aceleração Tangencial - a_{tg}.

Temos que compreender que essas duas componentes juntas formam a aceleração resultante que nós já estamos acostumados de calcular em m/s^2. No entanto, essas componentes não fazem parte de uma direção horizontal e vertical (respectivamente no eixo x e y), mas sim na direção radial e na direção tangencial.



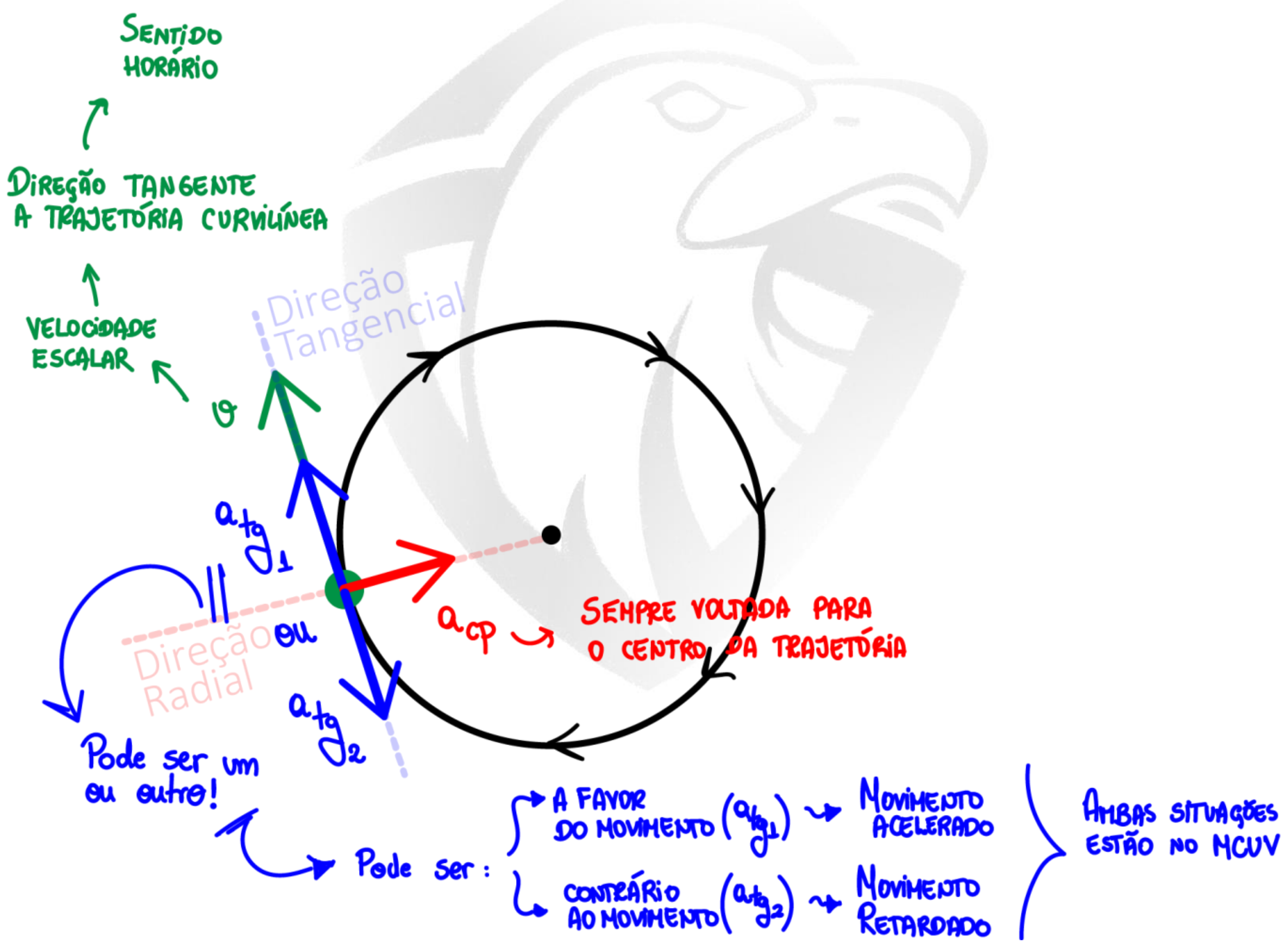
Cada umas dessas componentes ficam em uma dessas direções. A aceleração centrípeta fica na direção radial e a aceleração tangencial fica na direção tangencial. Dito com outras palavras, a aceleração centrípeta é a componente radial da aceleração resultante e a aceleração tangencial é a componente tangencial da aceleração resultante.

	Aceleração Centrípeta	**Aceleração Tangencial**
Direção	É constante na radial	É constante na tangencial
Componente	Radial	Tangencial
Fórmula	$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$ ou $a_{cp} = \omega^2 R$	$a_{tg} = \alpha R$

Cada uma dessas componentes tem a sua respectiva fórmula, conforme pode ser verificado na tabela acima. Lembre-se que:

Representação	Parâmetro físico	Unidade no Sistema Internacional
v	Velocidade linear	m/s
ω	Velocidade angular	rad/s
R	Raio	m
α	Aceleração angular	rad/s^2

Você também deve conhecer como cada componente age durante o movimento. Observe o esquema abaixo:



Esse esquema é um exemplo de movimento curvilíneo no sentido horário. Também poderíamos ter um sentido anti-horário. Aqui optei por colocar o sentido horário. Vamos pegar esse exemplo e conversar sobre as acelerações.

6.1 Aceleração Centrípeta

A Aceleração Centrípeta é sempre voltada para o centro da trajetória curvilínea. Essa componente obrigatoriamente existe durante o movimento curvilíneo, ou seja, se tem curva sempre teremos a aceleração centrípeta agindo.

A Aceleração Centrípeta é responsável por alterar a direção e o sentido do vetor velocidade linear.

6.2 Aceleração Tangencial

A Aceleração Tangencial é sempre voltada tangente a trajetória curvilínea. No entanto, ela pode estar a favor ou contrária a esse movimento. A Aceleração Tangencial é responsável por alterar o módulo do vetor velocidade linear. Pode alterar para mais ou para menos, aumentando ou diminuindo o valor da velocidade linear. Se a velocidade linear tiver valor constante (sem alterações ou variações para mais ou para menos no seu valor), então a aceleração tangencial é nula durante o movimento, existindo apenas a aceleração centrípeta (a qual existe simplesmente pelo fato de estar numa curva).

Diante disso, se a aceleração tangencial for nula, teremos um movimento circular uniforme (MCU) ou se for não nula e constante, teremos um movimento circular uniformemente variado (MCUV).

Se a aceleração tangencial estiver a favor do movimento, teremos um movimento acelerado. No entanto, se a aceleração tangencial estiver contrária ao movimento, teremos um movimento retardado. Se a aceleração tangencial for nula, teremos um movimento uniforme.

Aceleração Centrípeta	Aceleração Tangencial
Altera a **direção** e o **sentido** do vetor velocidade linear	Altera o **módulo** do vetor velocidade linear

	Aceleração Tangencial		
Pode ser...	A favor do movimento	Contrário ao movimento	Inexistente (nula)
O movimento será...	Acelerado	Retardado	Uniforme
Classificação do movimento:	MCUV	MCUV	MCU

Questão de Entendimento:

05 (QUADRIX|2021|SEDF|Professor Substituto Temporário)

Localizada perto do Marco das Três Fronteiras e da Ponte da Integração, com a promessa de ser uma das maiores rodas-gigantes da América Latina, a roda-gigante Foz Star está começando a recrutar profissionais para a operação do novo empreendimento, que está com as obras em estágio avançado. A roda-gigante de Foz terá 88 metros de altura e 48 cabines climatizadas.

Internet: <https://www.h2foz.com.br>.

Supondo que a roda-gigante Foz Star tenha raio de 20 m e realize um quarto de volta em 2 min. e que uma pessoa esteja sentada em uma das "cadeirinhas" do brinquedo, julgue o item.

A aceleração centrípeta da pessoa é de $\frac{\pi}{2880}$ m/s².

Resolução

Para calcular a aceleração centrípeta, podemos utilizar duas fórmulas:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} \text{ ou } a_{cp} = \omega^2 R$$

Diante disso, podemos extrair informações do enunciado a respeito de cada um desses parâmetros contidos na fórmula:

Informações na questão	Dados que podemos extrair
Supondo que a roda-gigante Foz Star tenha raio de 20 m...	$R = 20m$
...realize um quarto de volta em 2 min...	$f = \frac{1/4}{2 \cdot 60s} = \frac{1}{480}\ Hz$

$$f = \frac{\text{Nº DE EVENTOS}}{\text{TEMPO (SEGUNDOS)}}$$

$$f = \frac{\text{1/4 DE VOLTA}}{\text{2 MINUTOS}} = \frac{1/4}{2 \cdot 60\,\text{seg}} = \frac{1/4}{120\,\text{seg}}$$

$$f = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{120} \quad \therefore \quad \boxed{f = \frac{1}{480}}$$

Conseguimos ter os valores do raio (R) e da frequência (f). Isso implica dizer que podemos obter o valor da velocidade angular ($\omega = 2\pi f$) para depois calcular a aceleração centrípeta (a_{cp}).

$$\omega = 2\pi \boxed{f}$$

$$\omega = \cancel{2}\pi \cdot \left(\frac{1}{\cancel{480}_{240}}\right)$$

$$\boxed{\omega = \frac{\pi}{240}}$$

$$\boxed{a_{cp} = \omega^2 R}$$

$$a_{cp} = \left(\frac{\pi}{240}\right)^2 \cdot 20$$

$$a_{cp} = \frac{\pi^2 \cdot \cancel{20}}{240 \cdot \cancel{240}_{12}}$$

$$\boxed{a_{cp} = \frac{\pi^2}{2880}}$$

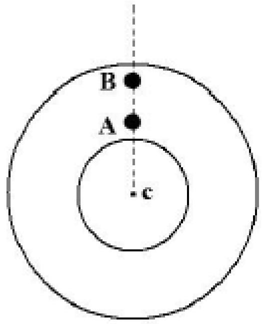
Diante disso, a questão está incorreta por apenas um detalhe: O pi (π) deveria estar ao quadrado.

Gabarito: ERRADO

7 QUESTÕES DE RENDIMENTO

01 (DIRENS AERONÁUTICA|2022|EEAR|CURSO DE FORMAÇÃO DE SARGENTOS)

Dois ciclistas, A e B, percorrem uma pista circular, partindo exatamente ao mesmo tempo, da mesma linha radial e com a mesma velocidade angular, conforme mostrado na figura a seguir. O ciclista A realiza um movimento circular no sentido horário e está a 250 m do centro da pista (c). O ciclista B realiza um movimento no sentido anti-horário e está a 300 m do centro da pista (c). Sabendo que os ciclistas se cruzam em sentidos contrários pela primeira vez 5 min após a partida, qual a intensidade, em m/s, respectivamente, da velocidade linear do ciclista A e do ciclista B?



Adote o valor de π=3.

a) 3 e 2,5
b) 2,5 e 3
c) 6 e 5
d) 5 e 6

Resolução

Os ciclistas A e B possuem a mesma velocidade angular e eles partem em sentidos contrário. Isso quer dizer que eles dão uma volta na pista no mesmo tempo. Também podemos afirmar que eles vão se encontrar exatamente na metade da volta. Se uma volta equivale a 2π, então meia volta será π.

Percorrendo uma distância angular de π rad, eles irão se encontrar no tempo de 5 minutos.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

← DISTÂNCIA ANGULAR (rad)

← TEMPO (segundos)

$$\omega = \frac{\pi \text{ rad}}{5 \text{ minutos}}$$

$$\omega = \frac{\pi \text{ rad}}{5 \cdot 60 \text{ segundos}}$$

$$\omega = \frac{\pi \text{ rad}}{5 \cdot 60 \text{ segundos}}$$

$\boxed{\pi = 3}$ Consideração feita pela questão.

$$\omega = \frac{3}{5 \cdot 60}$$

$$\omega = \frac{1}{5 \cdot 20}$$

$$\omega = \frac{1}{100} \text{ rad/s}$$

A questão quer saber sobre a velocidade linear de A e de B. Para isso, podemos utilizar a fórmula:

$$\boxed{v = \omega R}$$

Essa fórmula é muito importante e tem que ser lembrada por você. Aplicando essa fórmula para A e para B, teremos:

$$v_A = \omega \cdot R_A$$

$$v_B = \omega \cdot R_B$$

O enunciado dá os valores de R_A e de R_B e nós já sabemos o valor de ω. Então:

$$\vartheta_A = \boxed{\omega} \cdot R_A \rightarrow R_A = 250\,m$$

$$\omega = \frac{1}{100}\,rad/s$$

$$\vartheta_B = \boxed{\omega} \cdot R_B \rightarrow R_B = 300\,m$$

Diante disso, podemos encontrar os valores das velocidades linear de A e de B:

$$\vartheta_A = \omega \cdot R_A$$

$$\vartheta_A = \frac{1}{100} \cdot 250$$

$$\vartheta_A = 2{,}5\,m/s$$

$$\vartheta_B = \omega \cdot R_B$$

$$\vartheta_B = \frac{1}{100} \cdot 300$$

$$\vartheta_B = 3\,m/s$$

Dessa forma, o gabarito está na letra B.

Gabarito: Letra B

02 (DIRENS AERONÁUTICA|2022|EEAR|CURSO DE FORMAÇÃO DE SARGENTOS)

Um móvel ao realizar um movimento circular uniforme em uma pista de raio igual a 6 metros, percorre entre os tempos t=2s e t=5s a distância de 108 metros. Qual o período, em segundos, desse movimento?

a) π/2
b) π/3
c) π/4
d) π/6

Resolução

A questão quer saber o período de rotação (T), mas fornece informações sobre o raio da trajetória (R) intervalo de tempo (Δt) e a distância percorrida em metros (Δs).

$$\boxed{R = 6{,}0\ m}$$

$$\Delta t = t_{final} - t_{inicial} \therefore \Delta t = 5 - 2 \therefore \boxed{\Delta t = 3\ seg}$$

$$\boxed{\Delta S = 108\ m}$$

Diante disso, temos que buscar a relação do período com esses dados fornecidos.

É interessante você notar que com a velocidade angular, podemos encontrar o período pela seguinte fórmula:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad ou \quad \boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}$$

A velocidade angular pode ser obtida da velocidade linear:

$$v = \omega R \quad \text{ou} \quad \boxed{\omega = \frac{v}{R}}$$

Já a velocidade linear pode ser encontrada por:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

Percebeu o raciocínio da questão?

O passo a passo para encontrar o período é:

1º. Calcular a velocidade linear
2º. Achar a velocidade angular e
3º. Finalmente, encontrar o período.

Vamos nessa!

1º. Os dados sobre raio, tempo e distância possibilita encontrar o valor da velocidade linear:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

$$v = \frac{108\ m}{3\ seg}$$

$$\boxed{v = 36\ m/s}$$

2º. Com esse valor de velocidade linear, podemos encontrar a velocidade angular.

$$W = \frac{v}{R}$$

$$W = \frac{36}{6}$$

$$\boxed{W = 6 \text{ rad/s}}$$

3º. E, agora, vamos encontrar o período:

$$T = \frac{2\pi}{W}$$

$$T = \frac{2\pi}{6}$$

$$\boxed{T = \frac{\pi}{3} \text{ seg}}$$

Gabarito: **Letra B**

03 (VUNESP|2022|ESFCEX|CURSO DE FORMAÇÃO DE OFICIAIS DO QUADRO COMPLEMENTAR DO EXÉRCITO)

Considerem-se duas pistas circulares, concêntricas, A e B, de um clube de equitação. Seus raios guardam a relação $R_B = 3R_A$. Pela pista A treina um cavalo que leva a metade do tempo que demora outro cavalo treinando pela pista B para completar uma volta em torno da pista. As razões entre suas velocidades angulares (ω_A / ω_B) e lineares (v_A / v_B) são, respectivamente,

a) 3 e 3/4.
b) 2 e 1/3.
c) 2 e 2/3.
d) 3 e 1/3.
e) 3 e 2/3.

Resolução

A questão quer saber conclusões em cima dos valores de velocidade angular e linear. Essas duas velocidades são obtidas da seguinte forma:

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \qquad \omega = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t}$$

Veja que a questão forneceu informações sobre os raios das pistas e o ritmo de corrida dos cavalos.

$$\boxed{R_B = 3R_A}$$

CAVALO A : 1 VOLTA EM t_A
CAVALO B : 1 VOLTA EM t_B

$$\boxed{1 \text{ VOLTA} = 2\pi}$$

t_A É METADE DO t_B

$$\boxed{t_A = \frac{t_B}{2}}$$

Diante disso, perceba que a questão fornece informações sobre o espaço angular (1 volta equivale a 2π). Isso favorece o uso da fórmula da velocidade angular (ω).

$$\omega_A = \frac{2\pi}{t_A} \qquad \omega_B = \frac{2\pi}{t_B}$$

$$\omega_A = \frac{2\pi}{t_B/2}$$

$$\omega_A = 2\pi \cdot \frac{2}{t_B}$$

$$\omega_A = 2 \cdot \frac{2\pi}{t_B}$$

$$\boxed{\omega_A = 2 \cdot \omega_B}$$

Com isso, já conseguimos encontrar a razão entre as velocidades angulares de A e de B:

$$\omega_A = 2 \cdot \omega_B$$

$$\boxed{\frac{\omega_A}{\omega_B} = 2}$$

Sabendo disso, podemos utilizar a relação das velocidades angulares e lineares:

$$v = \omega R$$

A razão entre as velocidades lineares será obtida da seguinte forma:

$$\boxed{\frac{v_A}{v_B}} = \frac{\omega_A R_A}{\omega_B R_B} = \frac{\omega_A}{\omega_B} \cdot \boxed{\frac{R_A}{R_B}}$$

JÁ ENCONTRAMOS:

$$\boxed{\frac{\omega_A}{\omega_B} = 2}$$

A QUESTÃO FORNECEU ESSA RELAÇÃO:

$$\boxed{R_B = 3R_A}$$

$$\boxed{\frac{R_A}{R_B} = \frac{1}{3}}$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \boxed{\frac{\omega_A}{\omega_B}} \cdot \boxed{\frac{R_A}{R_B}}$$

$$\underbrace{\frac{\omega_A}{\omega_B}}_{2} \qquad \underbrace{\frac{R_A}{R_B}}_{\frac{1}{3}}$$

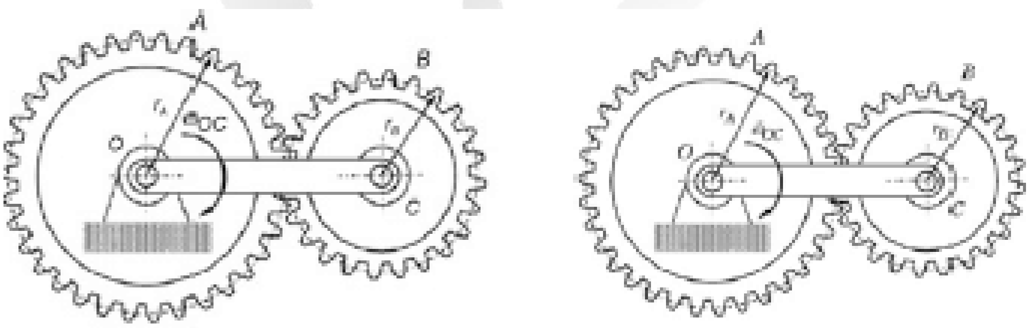
$$\boxed{\frac{v_A}{v_B} = \frac{2}{3}}$$

Gabarito: **Letra C**.

---

04 (CEBRASPE|2022|PETROBRAS)

Duas engrenagens A e B estão unidas por um braço, conforme mostra a figura a seguir. A engrenagem A está fixa em um suporte e gira no sentido horário com uma velocidade angular ω_{oc} de 10 rad/s. Os raios primitivos das engrenagens A e B são r_A = 0,15 m e r_B = 0,1 m, respectivamente.



Com base no exposto, julgue o item subsecutivo.

A velocidade angular da engrenagem B é de 30 rad/s, no sentido anti-horário.

Resolução

Temos ligação de engrenagens que garante a igualdade das velocidades lineares:

$$V_A = V_B$$

Diante disso, podemos desenvolver a manipulação matemática sabendo que:

$$v = \omega R$$

Além disso, a questão deu informações:

$$\omega_{oc} = 10 \ rad/s \rightarrow \omega_A = 10 \ rad/s$$

$$R_A = 0{,}15m$$

$$R_B = 0{,}1m$$

Com isso, podemos obter o valor da velocidade angular de B:

$$V_A = V_B$$

$$\omega_A \cdot R_A = \omega_B \cdot R_B$$

$$10 \cdot 0{,}15 = \omega_B \cdot 0{,}10$$

$$\omega_B = \frac{10 \cdot 0{,}15}{0{,}10}$$

$$\boxed{\omega_B = 15 \text{ rad/s}}$$

Gabarito: **ERRADO**

---

05 (CEBRASPE|2019|PRF)

Um veículo de 1.000 kg de massa, que se desloca sobre uma pista plana, faz uma curva circular de 50 m de raio, com velocidade de 54 km/h. O coeficiente de atrito estático entre os pneus do veículo e a pista é igual a 0,60.

A partir dessa situação, julgue o item que se segue, considerando a aceleração da gravidade local igual a 9,8m/s^2.

O veículo está sujeito a uma aceleração centrípeta superior à aceleração gravitacional.

Resolução

A aceleração centrípeta pode ser calcular de duas formas.

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} \qquad\qquad a_{cp} = \omega^2 R$$

A escolha da fórmula a ser usada depende dos dados fornecidos pela questão. A questão deu informações sobre a velocidade linear do veículo, bem como o raio da trajetória e o valor da gravidade local.

$$\boxed{v = 50\,km/h} \rightarrow$$

$$R = 50\,m$$

$$g = 9{,}8\,m/s^2$$

km/h	m/s
36	10
50	v

$$36\,v = 50 \cdot 10$$

$$v = \frac{50 \cdot 10}{36}$$

$$\boxed{v = 15\,m/s}$$

Atenção para o valor da velocidade que está em km/h. É preciso transformá-lo para m/s porque o raio está na unidade de metros e a aceleração da gravidade utiliza m/s^2. Tudo deve estar ajustado para a mesma unidade.

Continuando no cálculo, agora podemos obter a aceleração centrípeta utilizando a fórmula que considera a velocidade linear.

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} = \frac{15^2}{50} = \frac{225}{50}$$

$$\boxed{a_{cp} = 4{,}5\ m/s^2}$$

Portanto, a aceleração centrípeta é inferior a gravitacional

Gabarito: **ERRADO**.

---

06 (QUADRIX|2017|SEDF|PROFESSOR SUBTITUTO TEMPORÁRIO)

Uma roda gigante possui um raio de 20 m e realiza um quarto de volta em 12 s. Uma pessoa está sentada em uma das "cadeirinhas".

Com base nessa situação hipotética, julgue o item subsequente.

A aceleração centrípeta (a_C) da pessoa é igual a $5 \cdot \left(\frac{\pi}{12}\right)^2$ m/s^2.

Resolução

A aceleração centrípeta pode ser calcular de duas formas.

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R} \qquad a_{cp} = \omega^2 R$$

Dessa vez, a questão forneceu um dado importante sobre o ritmo que a roda gigante dá uma volta ("realiza um quarto de volta em 12 s"). Isso pode fornecer a velocidade angular:

UM QUARTO DE VOLTA EM 12 SEGUNDOS

$$\frac{1}{4} \cdot 2\pi \div 12\,s$$

$$\frac{\frac{1}{4}\cdot 2\pi \rightarrow \Delta\varphi}{12 \rightarrow \Delta t} \Rightarrow \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \boxed{\omega}$$

Diante disso, podemos encontrar o valor da velocidade angular.

$$\omega = \frac{\frac{1}{4}\cdot 2\pi}{12} = \frac{\frac{\pi}{2}}{12} = \frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{12} = \frac{\pi}{24}$$

$$\boxed{\omega = \frac{\pi}{24}\ rad/s}$$

E agora, sabendo que o raio vale 20 m, podemos encontrar a aceleração centrípeta pela formula que utiliza a velocidade angular.

$$a_{cp} = \omega^2 \cdot R$$

$$a_{cp} = \left(\frac{\pi}{24}\right)^2 \cdot 20$$

$$a_{cp} = 20 \cdot \left(\frac{\pi}{24}\right)^2\ m/s^2$$

Aparentemente o gabarito está errado. Mas, veja a “malandragem” da banca.

Podemos desmembrar o número 20 que é igual a 5 vezes 4:

$$a_{cp} = \boxed{20} \cdot \left(\frac{\pi}{24}\right)^2 \quad m/s^2$$

$$a_{cp} = 5 \cdot \boxed{4} \left(\frac{\pi}{24}\right)^2$$

O valor 4 pode ser representado em forma de potência de base 2:

$$a_{cp} = 5 \cdot \boxed{4} \left(\frac{\pi}{24}\right)^2$$

$$a_{cp} = 5 \cdot 2^2 \left(\frac{\pi}{24}\right)^2$$

Esse 2^2 pode ir para dentro do parêntese com somente o valor 2 da base.

$$a_{cp} = 5 \cdot 2^2 \left(\frac{\pi}{24}\right)^2$$

$$a_{cp} = 5 \left(2 \cdot \frac{\pi}{24}\right)^2$$

Esse passo é uma propriedade da potenciação. Se você tem dificuldade de entender, sugiro que veja ou revise as propriedades da potenciação:

$$\mathrm{I})\quad a^2 \cdot b^2 = (a \cdot b)^2$$

$$\mathrm{II})\quad a^2 \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \left(\frac{a \cdot b}{c}\right)^2$$

Continuando, agora podemos manipular matematicamente com a simplificação e, então, encontrar a expressão final:

$$a_{cp} = 5\left(\frac{2 \cdot \pi}{24}\right)^2$$

$$a_{cp} = 5\left(\frac{\cancel{2}^{1} \cdot \pi}{\cancel{24}_{12}}\right)^2$$

$$a_{cp} = 5\left(\frac{\pi}{12}\right)^2 \quad m/s^2$$

Diante dessa “malandragem” da banca, o gabarito está incrivelmente correto!

Gabarito: **CERTO**.

PROFISSÃO
POLICIAL

CONCURSEIRO QUE PRETENDE SER POLICIAL NÃO FAZ RATEIO